



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

TESIS DOCTORAL

DISRUPCIONES INTERNAS Y MODOS BALLOONING EN EL STELLARATOR LHD

Autor:
Jacobo Varela Rodríguez

Director/es:
Dr. Luis García Gonzalo

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Leganés, Marzo del 2011

TESIS DOCTORAL

DISRUPCIONES INTERNAS Y MODOS BALLOONING EN EL STELLARATOR LHD

Autor: Jacobo Varela Rodríguez

Director/es: Luis García Gonzalo

Firma del Tribunal Calificador:

Firma

Presidente: Luis Raúl Sánchez Fernández

Vocal: Carlos Hidalgo Vera

Vocal: Boudewijn van Milliguen

Vocal: Juan Antonio Jiménez Aparicio

Secretario: José Ramón Martín Solís

Calificación:

Leganés, de de

Para todos aquellos que forman parte de mi vida

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
1. Introducción al problema de la fusión termonuclear por confinamiento magnético	1
1.1. Motivación en la búsqueda de la fusión nuclear	1
1.2. Principios de la fusión nuclear	2
1.3. Definición de plasma	4
1.4. Estructura de un reactor de fusión por confinamiento magnético . .	6
1.4.1. Dispositivos Tokamak	8
1.4.2. Dispositivos Stellarator	11
2. Equilibrio y estabilidad	17
2.1. Teoría cinética y Magnetohidrodinámica	18
2.2. Equilibrio y estabilidad	21
2.3. Ecuación ballooning ideal	27
2.4. Equilibrios con el eje magnético desplazado	30
2.4.1. Propiedades globales del equilibrio	32
2.4.2. Propiedades locales del equilibrio	33
3. Modos ballooning en configuraciones outward en el LHD	35
3.1. Introducción a los modos ballooning	35
3.2. Plasmas con núcleos súper densos y barreras de difusión interna, colapsos de densidad	40
3.2.1. Introducción	40
3.2.2. Colapsos de densidad y modos ballooning	41
3.3. Actividad de los modos ballooning en el LHD. Resultados	44
3.3.1. Perfil de presión ancho y línea de campo con mala curvatura ($\theta_k = \alpha = 0$)	44
3.3.2. Perfil de presión ancho y línea de campo con buena curvatura ($\theta_k = 0, \alpha = \pi/M$)	54

3.3.3. Perfil de presión picudo y línea de campo con mala curvatura	55
3.4. Conclusiones y resumen de aportaciones	65
4. Disrupciones internas y actividad sawtooth en el LHD	69
4.1. Introducción a las disrupciones internas y actividad tipo sawtooth en dispositivos Stellarator	70
4.1.1. Corriente neta despreciable	71
4.1.2. Corriente neta no despreciable	72
4.2. Disrupciones internas y actividad sawtooth en el dispositivo LHD .	74
4.3. Simulación de actividad sawtooth y disrupciones internas	79
4.3.1. Modelo. Ecuaciones MHD resistivas	80
4.3.2. Fundamentos del análisis	81
4.3.3. Resultados	86
4.4. Comparación entre la simulación y el experimento	110
4.4.1. Actividad tipo sawtooth resonante y no resonante.	111
4.4.2. Cadena de sucesos tipo sawtooth resonante	117
4.5. Conclusiones	123
Conclusiones	127
Apéndice A. Coordenadas curvilíneas y coordenadas de Boozer	133
A.1. Forma contravariante de \vec{B}	133
A.2. Forma covariante de \vec{B}	134
A.3. Coordenadas de Boozer	135
A.4. Ecuaciones del equilibrio en coordenadas de Boozer	137
A.5. Coordenadas tipo cilíndricas	137
Apéndice B. Coordenadas sobre la línea de campo y de Shafranov.	
Línea de retorno	139
B.1. Coordenadas sobre la línea de campo	139
B.2. Sistema de coordenadas magnéticas uni-arc $(\psi, \theta_u, \zeta_B)$	140
B.3. Sistema de coordenadas de Shafranov (r_s, θ_s, ζ_s)	141
B.4. Línea de retorno	144
Apéndice C. Códigos para el cálculo del equilibrio y la estabilidad	147
C.1. Código VMEC	147
C.2. Código FAR-3D	148
C.3. Código Hn-bal	153
Bibliografía	155

Índice de figuras

1.1. Reacción deuterio-tritio	2
1.2. Esquema del bobinado de un reactor tipo Tokamak	8
1.3. Corrientes y campos en un reactor tipo Tokamak	9
1.4. Parámetros geométricos de un reactor tipo Tokamak	10
1.5. JET (UKAEA, Culham), parámetros geométricos de un reactor tipo Tokamak	10
1.6. Stellarator LHD (Oroshi-Cho, Toki, Gifu, Japón)	11
1.7. Configuración del bobinado del dispositivo LHD y parámetros de interés	12
1.8. Esquema del sistema NBI del LHD	12
1.9. Evolución de la beta archivada en el LHD y producto triple frente a la longitud del pulso	13
1.10. Posición del eje magnético en el vacío y sus efectos sobre las propiedades del plasma	14
2.1. Representación del vector de campo magnético y de densidad de corriente sobre superficies magnéticas	22
2.2. Deformación de las superficies magnéticas por acción del Shafranov Shift. Mallado en coordenadas Boozer (ψ, θ_B) para el vacío y β finita. Corriente Pfirsch-Schlüter para β finita.	31
2.3. Regiones de cizalla tipo Tokamak y tipo Stellarator para el vacío y β finita.	32
3.1. Actividad MHD para diferentes configuraciones del eje magnético en el vacío y valores de beta [80]. Cada grupo de datos con distinto sombreado representan experimentos con el eje magnético en el vacío en distintas posiciones para $R_{ax} = 3.6, 3.65, 3.75, 3.85$ m	36
3.2. Criterio de Suydam en un Tokamak.	37
3.3. Propiedades globales del equilibrio para configuraciones inward con $R_{ax} = 3.6$ m; transformada rotacional y cizalla magnética global para diferentes valores de beta.	38

- 3.4. (a) Tasa de crecimiento de modos ballooning en una región Mercier inestable con perfil de presión ancho y $\beta_0 = 4\%$. Los círculos indican $\Omega^2(\psi_N, \theta_k = 0, \alpha = 0)$, mala curvatura, y los cuadrados $\Omega^2(\psi_N, \theta_k = 0, \alpha = \pi/M)$, buena curvatura. Las cruces indican $\Omega^2(\psi_N = 0.66, \theta_k = 0, \alpha = (j/5)(\pi/M))$ con $j = 1, \dots, 5$. (b) Región Mercier estable con perfil de presión picudo, $\beta_0 = 8\%$ y $(\psi_N, \theta_k = 0, \alpha = 0)$ [78]. 39
- 3.5. (a) Distribución radial del desplazamiento normal en serie de Fourier, contorno de la presión perturbada con la sección poloidal verticalmente (b) y horizontalmente elongada (c) [78] [82]. 39
- 3.6. Evolución de la energía almacenada, beta central (media y sobre el eje magnético) y señal H_α (A), integral de línea de la densidad y temperatura electrónica central (B), radiación de los rayos X blandos en el centro y en la frontera (C). Gráficas D, E y F muestran respectivamente la beta, la densidad y temperatura electrónica antes (o) y después (Δ) del colapso de densidad [96]. 42
- 3.7. Evolución de los rayos X blandos en la periferia del plasma para 3 líneas de medida a lo largo del radio mayor del LHD. Se distinguen dos tiempos, t1 donde la actividad está comenzado y t2 donde sucede el colapso. Se señalan también picos de emisión tras el CDC [96]. 43
- 3.8. Espacio de operación para descargas tipo IDB/SDC, cada color representa una posición distinta para el eje magnético en el vacío. Los CDCs se representan por triángulos y la línea punteada indica la región de operación donde son excitados. 43
- 3.9. Perfiles de iota para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable. . . 44
- 3.10. Perfiles del pozo magnético para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presiones ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable. 45
- 3.11. Perfiles del pozo magnético para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presiones ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable. 46
- 3.12. Perfiles de la cizalla global para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable. 47

3.13. Líneas de tasa de crecimiento constante de los modos ballooning y Mercier en el plano (β_0, ρ) . Se muestran configuraciones diferentes respecto a la posición del eje magnético en el vacío $R_{ax} = 3.5$ - 4.1 m. Perfil de presión ancho y líneas de campo magnético con curvatura magnética desfavorable. Se incluye información sobre la localización radial de las superficies racionales principales, la línea donde $d^2V/ds^2 = 0$ y líneas con parámetros de Mercier constantes con $DI = 0$ y $DI = 0.2$	48
3.14. Líneas constantes del parámetro de Mercier (izquierda) y líneas de tasa de crecimiento constante (derecha), en el plano (β_0, R_{ax}) para tres posiciones en el radio menor normalizado. Perfil de presión ancho sobre una línea de campo magnético con mala curvatura.	49
3.15. Selección de equilibrios para el estudio de las propiedades locales. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.	50
3.16. Cuadrado de la integral de la cizalla local a lo largo de la línea de campo (línea fina) y la cizalla global (línea gruesa) para $\beta_0 = 7.5\%$. La línea de campo seleccionada es $(\psi_N = 0.4, \theta_k = 0, \alpha = 0)$ y $(\psi_N = 0.8, \theta_k = 0, \alpha = 0)$. Perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.	51
3.17. Deformación local de las superficies de flujo a lo largo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.	52
3.18. Factor estabilizador por pandeo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.	53
3.19. Curvatura normal a lo largo de la línea de campo. Línea roja indica el valor medio de la curvatura local. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.	54
3.20. Líneas de tasa de crecimiento constante en el plano (β_0, ρ) . Dos configuraciones diferentes respecto a la posición del eje magnético. El perfil de presión es ancho y las líneas de campo magnético con curvatura magnética favorable. Se indica la tasa de crecimiento con el caso de mala curvatura magnética como líneas de tasa de crecimiento constante para $\gamma = 10^{-3}$ (estabilidad marginal), $\gamma = 0.03$ (ligeramente inestable), $\gamma = 0.1$ (inestable).	55
3.21. Perfiles de iota para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presiones picudo sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.	56

- 3.22. Pozo magnético para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presiones picado sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable. 57
- 3.23. Parámetro de Mercier para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presiones picado sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable. 58
- 3.24. Perfiles de la cizalla global para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presión picada sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable. 59
- 3.25. Líneas de tasa de crecimiento constante de los modos ballooning en el plano (β_0, ρ) . Se muestran cuatro configuraciones diferentes respecto a la posición del eje magnético. El perfil de presión es picado y líneas de campo magnético con curvatura magnética desfavorable. Se incluye información sobre la localización radial de las superficies magnéticas principales, la línea donde $d^2V/ds^2 = 0$ y líneas con parámetros de Mercier constantes con $DI = 0$ y $DI = 0.2$ 59
- 3.26. Líneas constantes del parámetro de Mercier (izquierda) y líneas de tasa de crecimiento constante (derecha), en el plano (β_0, R_{ax}) para tres posiciones en el radio menor normalizado. Perfil de presión picado sobre una línea de campo magnético con mala curvatura. 60
- 3.27. Sección de equilibrios para el estudio de las propiedades locales. Configuración con perfil de presión picado sobre una línea con mala curvatura magnética. 61
- 3.28. Cuadrado de la integral de la cizalla local a lo largo de la línea de campo (línea fina) y la cizalla global (línea gruesa) para $\beta_0 = 7.5\%$. La línea de campo seleccionada viene dada por $(\psi_N = 0.4, \theta_k = 0, \alpha = 0)$ y $(\psi_N = 0.7, \theta_k = 0, \alpha = 0)$ 62
- 3.29. Deformación local de la superficie de flujo. Configuración con perfil de presión picado sobre una línea de curvatura desfavorable. 63
- 3.30. Factor estabilizador por pandeo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión picado sobre una línea de curvatura desfavorable. 64
- 3.31. Curvatura normal a lo largo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión picado sobre una línea de curvatura desfavorable. . 64

3.32. Tasas de crecimiento para modos de alta n ideales para dos localizaciones del radio menor, $\rho = 0.3$ (A) y $\rho = 0.8$ (B) respecto a la posición del eje magnético en el vacío y a la beta sobre el eje magnético, para líneas de campo con curvatura magnética desfavorable en un equilibrio con perfil de presión picado. Espacio de operación para descargas tipo IDB/SDC (C); cada color representa una posición distinta para el eje magnético en el vacío. Los sucesos CDC se representan por triángulos. Las líneas punteadas indican las regiones de actividad para modos ballooning (rojo), modos de intercambio (azul) y región con actividad CDC (naranja)	67
4.1. Parámetros de operación en el dispositivo Heliotrón E. Perfiles de rayos X blandos en diferentes regiones del plasma, señal del bolómetro, H_β , corriente de saturación iónica en la frontera y oscilación del campo magnético poloidal. [49]	71
4.2. (a) Perfil de la transformada rotacional con corriente neta, $I_p < 0$ contra-inyectado, $I_p > 0$ co-inyectado. b) Actividad disruptiva en función de la beta diamagnética y la corriente neta [50].	73
4.3. Parámetros de operación en el dispositivo CHS con un plasma de alta densidad y corriente toroidal neta. Perfiles de corriente, densidad electrónica, beta diamagnética y radiación de rayos X blandos [50].	73
4.4. Parámetros de operación en el dispositivo LHD. Perfiles de la energía del sistema, densidad electrónica y radiación de rayos X blandos [105].	75
4.5. Estructura bidimensional del perfil de radiación de rayos X blandos durante un suceso tipo sawtooth. (A) antes del suceso y (B) después del suceso [105].	75
4.6. Perfil de iota en el inicio del suceso. Amplitud del modo $n = 1$ $m = 3$. Diferencia de la radiación antes y después de la actividad tipo sawtooth, densidad electrónica y temperatura [105].	76
4.7. Perfil de emisión para rayos X blandos en un suceso tipo sawtooth. Transformada rotacional, variación de la emisividad y densidad electrónica antes y después del suceso [105].	77
4.8. Gráfica (A), gradiente de presión respecto a la corriente toroidal neta en $\rho = 0.5$ (región de actividad tipo sawtooth sobre la línea punteada). Gráfica (B), gradiente de presión frente al número de Reynolds magnético (región punteada indica región de remisión de actividad sawtooth) [105].	78

4.9. Operaciones para descargas de alta densidad en el LHD. Se muestran puntos de operación experimental para descargas de alta densidad (rosa), con núcleos de alta densidad (sombreado azul). Los círculos rojos indican actividad tipo sawtooth, los cuadrados colapsos de densidad. Las flechas azules muestran trayectorias de operación que pretenden optimizar operaciones de alta densidad en el LHD.	79
4.10. Tasa de crecimiento lineal en el caso en aproximación cilíndrica. . .	82
4.11. Tasa de crecimiento lineal caso I con acoplos toroidales.	83
4.12. Estudio del efecto de dos difusividades distintas sobre la tasa de crecimiento de la inestabilidad.	84
4.13. Estudio de la pérdida de energía atendiendo a la beta del sistema. La tabla indica la regresión lineal a la que se ajustan los datos. Cada línea representa un valor distinto de la β_0	85
4.14. Parámetros de la simulación para los casos I y II. Campo magnético, beta sobre el eje magnético y posición del eje magnético.	85
4.15. Perfiles de presión, curvatura y cizalla magnética en el caso I y II. .	86
4.16. Valores de β_0 para cada periodo de simulación en los casos I y II. .	86
4.17. Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) para el caso I. Las trazas verdes identifican periodos con valores de beta distintos.	87
4.18. Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) para el caso II. Las trazas verdes identifican periodos con valores de beta distintos.	87
4.19. Evolución de la energía magnética (derecha) y cinética (izquierda) de los modos dominantes para el caso I (arriba) y II (abajo). Periodo A y B.	90
4.20. Evolución del perfil de presión (izquierda) y de la transformada rotacional (derecha), casos I y II. Las líneas rectas punteadas indican donde se localizan las racionales principales. Periodo A y B.	91
4.21. Sección poloidal de la presión en los casos I (izquierda) y II (derecha) en el periodo A y B. Las gráficas (a) y (b) representan la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo, (c) y (d) la presión perturbada, (e) y (f) el valor completo de la presión.	91
4.22. Formación de islas magnéticas para las helicidades dominantes en el caso I (izquierda) y II (derecha). Periodo A y B.	92
4.23. Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) para los modos dominantes en el caso I (arriba) y II (abajo). Periodo C.	93

4.24. Evolución de la presión y transformada rotacional para el caso I en cada fase de evolución a lo largo del periodo C (Gráficas superior derecha e izquierda). Mismos perfiles promediados para los casos I y II (abajo).	94
4.25. Sección poloidal de la presión en el caso I para dos fases diferenciadas de su evolución, $t = 0.22$ s (izquierda) y $t = 0.29$ s (derecha). Las gráficas (a) y (b) representan la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo, (c) y (d) la presión perturbada, (e) y (f) el valor completo de la presión. Periodo C.	95
4.26. Islas magnéticas para las helicidades principales. Figuras superior derecha e izquierda representa cada fases de comportamiento para el caso I. La gráfica inferior representa al caso II. Periodo C.	96
4.27. Energía magnética (derecha) y cinética (izquierda) de los modos dominantes para el caso I (arriba) y II (abajo). Flechas verdes indican el periodo en el que el sistema se relaja con oscilaciones menores y las rojas cuando lo hace con oscilaciones mayores. Periodo D.	97
4.28. Energía magnética (derecha) y cinética (izquierda) de los modos dominantes para el caso I (arriba) y II (abajo). Periodo E.	98
4.29. Sección poloidal de la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo para una oscilación menor en el caso I. Periodo D.	99
4.30. Sección poloidal de la presión perturbada, gráfica de la (a) a la (c), y valor completo de la presión, (d) y (e), para una oscilación menor en el caso I. Periodo D.	99
4.31. Evolución de la presión (izquierda) y transformada rotacional (derecha) para una oscilación menor en el caso I. Periodo D	100
4.32. Islas magnéticas para las helicidades principales para una oscilación menor en el caso I. Periodo D.	101
4.33. Sección poloidal de la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo para una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.	102
4.34. Sección poloidal de la presión perturbada, gráfica de la (a) a la (c), y valor completo de la presión, de la (d) a la (f), para una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.	103
4.35. Evolución del perfil de presión (izquierda) y transformada rotacional (derecha) para una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.	103
4.36. Islas magnética para las helicidades principales en una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.	104
4.37. Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) de los modos dominantes para los casos I (arriba) y II (abajo). Periodo F.	106

- 4.38. Evolución del perfil de presión (izquierda) y transformada rotacional (derecha) asociados al efecto resonante del modo $1/3$ en el caso I. Periodo F. 107
- 4.39. Sección poloidal de la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo durante el efecto resonante del modo $1/3$ en el caso I. Periodo F. 108
- 4.40. Sección poloidal de la presión, gráfica (a), ampliación de la región interna en (a), gráfica (b), y valor completo de la presión, gráfica (c), durante el efecto resonante del modo $1/3$ en el caso I. Periodo F. 108
- 4.41. Islas magnéticas para las helicidades principales en un suceso donde el modo $1/3$ se aloja en el plasma en el caso I. Periodo F. 109
- 4.42. Reconstrucción de las superficies magnéticas y de las líneas de medida de la cámara de rayos X blandos. 110
- 4.43. Reconstrucción de la emisividad de rayos x blandos; región interna (arriba), intermedia (medio) y periferia (abajo). Periodo F del caso I. 112
- 4.44. Reconstrucción de la emisividad de rayos X durante un suceso tipo sawtooth no resonante (caso A) y resonante (caso B). De arriba hacia abajo, las gráficas representan la región interna, la intermedia y la periferia del plasma. Las gráficas de la derecha son una ampliación del recuadro rojo presente en las gráficas de la izquierda. 113
- 4.45. Evolución de la energía magnética de los modos dominantes durante un suceso tipo sawtooth resonante (caso B) y no resonante (caso A). El rectángulo rojo en la gráfica de la izquierda muestra la región ampliada en la gráfica de la derecha. 114
- 4.46. Evolución del perfil de presión (izquierda) y de la transformada rotacional (derecha) en un sucesos tipo sawtooth resonante (caso B, abajo) y no resonante (caso A, arriba). 115
- 4.47. Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), durante un suceso tipo sawtooth no resonante. 115
- 4.48. Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), durante un suceso tipo sawtooth resonante. 116
- 4.49. Distribución de las islas magnéticas para los modos con helicidades dominantes en los casos resonante y no resonante. 117

4.50. Reconstrucción de la emisividad de rayos X blandos para una cadena de sucesos tipo sawtooth resonante. De arriba hacia abajo, las gráficas representan la región interna, la intermedia y la periferia del plasma. Las gráficas de la derecha son una aplicación del recuadro rojo presente en las gráficas de la izquierda.	118
4.51. Evolución de la energía magnética de los modos dominantes durante tres sucesos sawtooth resonantes.	119
4.52. Evolución del perfil de presión (izquierda) y de la transformada rotacional (derecha) durante tres sucesos sawtooth resonante.	120
4.53. Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), caso A.	121
4.54. Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), caso B.	122
4.55. Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), caso C.	122
4.56. Distribución de las islas magnéticas para los modos con helicidades dominantes en los casos A, B y C.	123
4.57. Perfil experimental de emisión para rayos X blandos para sucesos tipo sawtooth. Las líneas verdes indican sucesos tipo sawtooth no resonantes y la roja un suceso tipo sawtooth resonante.	124
4.58. Régimen de operación optimizado para el LHD.	131
A.1. Coordenada magnéticas.	133
B.1. Coordenada sobre la línea de campo.	140
B.2. Coordenadas de Shafranov	142
B.3. Sección poloidal con un mallado (ψ, θ_B)	145

Agradecimientos

Esta memoria ha sido realizada en el Departamento de Física de la Universidad Carlos III de Madrid, gracias a la ayuda, apoyo y encomiable paciencia del Doctor Luis García Gonzalo.

Comienzo nombrando a mis padres y a mi hermano, a ellos les debo mi educación más allá de todo los conocimientos técnicos que haya podido aprender, porque me han enseñado a vivir y sin su afecto incondicional llegar hasta aquí no hubiese sido posible. Al resto de mi familia, como mis abuelos, tíos y primos, hacer extensivo mi agradecimiento, resaltando a mi tía Matilde, a quien le guardo especial gratitud por abrirme las puertas de su casa durante mi estancia en Madrid. Si hablo de la familia tampoco puedo olvidar a mis amigos de toda la vida, como Rubén, Chechu, Modesto, Miriams, Juanja, Carlitos, Yuka, Matt, Ben, Teru, Kana, Ikue, etc; gracias por vuestro calor.

Agradezco a mis mentores de la Facultad de Ciencias de Ourense perteneciente a Universidad de Vigo, donde me licencié en Ciencias Físicas, sus esfuerzos por inculcarme los conocimientos básicos de esta disciplina. Nombrar entre otros a los doctores Luis Romani, Claudio Cerdeirina, Gerardo, Humberto Michinel, Enrique Carballo, Daniele Tommasini, Jose Ramón Salgueiro, Francisco Tugores, etc.

Durante mi primera época universitaria también debo agradecer el compañerismo y amistad de mis colegas de padecimientos, que a lo largo de cinco años de vicisitudes estudiantiles fraguamos una profunda amistad. Nombrar a Germán, Alicia, Susana, Ismael, Ángel, etc.

Mi primer contacto con la Universidad Carlos III fue en Semana Santa del 2005, momento en el conocí al Doctor José Ramón Solís, que con enorme amabilidad me explicó todo lo que necesitaba saber para iniciar el Master y más tarde el Doctorado en Física del Plasma y Fusión Nuclear. Ese fue mi primer contacto con el grupo de Plasmas de la Universidad Carlos III, donde tuve el gusto de conocer también a los doctores Luis Raúl Sánchez, José Ángel Mier, Víctor Tribaldos, además de mi tutor en la presente tesis, el Doctor Luis García Gonzalo, al que le estoy muy agradecido por la confianza que ha depositado en mi y la oportunidad que me ha brindado. Siempre recordaré la simpatía y aprecio junto con los buenos consejos que todos me han dado, una guía fundamental para que hoy este trabajo se haya hecho posible.

Es justo hacer un punto y parte para agradecer la amistad personal que me une con mis compañeros de la Carlos III más allá del trabajo. Nombrar a Isabel (Isa), Esteban (Pelusa) y a Samuel (Samu), con los que he compartido mucho más que horas de trabajo; les debo el haber podido superar la morriña del hogar y saber que puedo contar con ellos para cualquier cosa que necesite. Que decir de José Ángel (Josefina o Pancetari), las pachangas de basket y las juergas nocturnas junto a Antonio, Ramón, Raúl, Ángel, Victor, etc; hasta he de decir que me he hecho algo del Atletí y todo.

También he de agradecer a los doctores Carlos Hidalgo, Boudewijn van Milligen, Juan Antonio Jiménez, Amable Liñan, etc, los interesantes cursos en los que participé a lo largo del Máster, que me han valido para una mejor comprensión del problema de la fusión termonuclear, haciendo extensivo el agradecimiento a la Universidad Complutense y al CIEMAT. De nuevo, a lo largo de mi primer año de Doctorado dedicado plenamente a los cursos de Máster, recordar a compañeros como Laura, Andrés, Jose, etc, que sobrevivieron junto a mi a las largas y a veces interminable, aunque productivas, clases del Máster.

Agradezco también la oportunidad de colaboración que los doctores Kiyomasa Watanabe y Satoshi Ohdachi me han ofrecido. Las estancias breves que he desarrollado en Japón, en el centro de investigación NIFS, me han permitido acercarme hasta el mismo corazón de la investigación sobre fusión nuclear. A ellos les debo también su calidez en el trato y desinteresada amistad.

He de mencionar que toda mi formación ha sido costeada desde la escuela, pasando por el instituto hasta la universidad y mediante becas durante el Máster y el doctorado como becario FPI, al Estado español desde el Ministerio de Educación y Ciencia. Sin el apoyo económico institucional el presente trabajo tampoco hubiese sido posible, gracias.

A todos los que no he mencionado pero también se sientan partícipes, gracias.

Finalmente, quiero hacer una mención especial a lo sucedido durante estos últimos días en Japón, al terrible terremoto que ha azotado un país que siento tan ligado a mí. Poco se puede decir ante un hecho tan desgraciado, el sufrimiento de tantas familias, de un pueblo con el que he convivido y compartido tantas sensaciones; el afecto y la amistad que me han ofrecido es algo que nunca olvidaré. Por ese motivo, y con la certeza de que Japón se recuperará rápidamente porque su gente así se lo merece, ánimo y suerte.

J.V.R.

Madrid, Marzo de 2011.

Resumen

En este trabajo se afronta el estudio de la estabilidad de un plasma confinado magnéticamente, con el fin de aportar nuevos conocimiento para el desarrollo futuro de un reactor de fusión termonuclear con fines comerciales. Es conocido desde principios de los años 50 que un plasma al ser confinado en el interior de un dispositivo de fusión termonuclear por confinamiento magnético sufre inestabilidades, cuyo estudio es vital para mejorar la eficiencia del dispositivo. Esta investigación se ha desarrollado para un dispositivo tipo *Heliotrón*, miembro de la familia de los *Stellarator*, denominado *Large Helical Device* o *LHD*. Desde el marco de la magnetohidrodinámica (MHD) se han estudiado dos tipos de actividad que provocan una pérdida de eficiencia del dispositivo:

- Debido a modos *ballooning*; con el fin de aportar información sobre el fenómeno de los colapsos de densidad.
- Debido a modos globales; con el fin de explicar las propiedades de las interrupciones internas y oscilaciones tipo dientes de sierra o *sawtooth*.

En la primera parte del trabajo se elabora un estudio de los modos *ballooning*, calculando sus tasas de crecimiento en configuraciones con diferentes valores de β y curvatura de la línea de campo magnético. Éste no es un campo nuevo de estudio, puesto que la actividad de este tipo de inestabilidades impone restrictivos límites de operación a tener muy en cuenta en el diseño de cualquier dispositivo de fusión. Recientes estudios en los que se basa el presente trabajo han mostrado que para cierto tipo de operaciones la actividad *ballooning* limita la capacidad de operación del *LHD* significativamente. La originalidad en el presente análisis estriba en extender dichos estudios a nuevas configuraciones cuyas propiedades están siendo exploradas tanto experimental como teóricamente en la actualidad. En publicaciones previas se analizó el problema pero solo en configuraciones donde el eje magnético en el vacío del dispositivo se encontraba en su posición estándar o derivado hacia el interior del toro, llamada configuración *inward shifted*; ahora se va extender el estudio a configuraciones donde el eje está desplazado hacia el exterior de la cámara de vacío, configuración *outward shifted*, donde algunas propiedades del equilibrio cambian, como la transformada rotacional. Por tanto es fundamental

elaborar un estudio sistemático del comportamiento de los modos *ballooning* en estas circunstancias.

Como resultado principal se ha obtenido que los modos *ballooning* son muy inestables en la parte externa del toro cerca de la periferia del plasma para configuraciones *outward*, inducidos por la mala curvatura magnética existente en esa región y por la incapacidad del factor estabilizante por pandeo de la línea de campo para evitar su excitación, debido a que variables locales como la cizalla magnética local o la compresión local de la superficie de flujo son casi nulas. Este hecho permite concluir que, en configuraciones *outward*, la principal restricción operativa del dispositivo vendrá impuesta por la actividad *ballooning*, que en este trabajo se señala como el agente inductor principal para explicar los llamados colapsos de densidad en operaciones con núcleos de alta densidad y barrera de difusión interna, al ser coincidentes ambas regiones de actividad.

El estudio de la estabilidad del dispositivo *LHD* en configuraciones *outward* se complementa con la segunda parte de este trabajo, que se dedica a estudiar el comportamiento de los modos globales inducidos por gradientes de presión en una configuración *inward*. Mediante un código de evolución temporal FAR-3D se han simulado eventos tipo *sawtooth* y disruptivos. Este tipo de fenómenos han sido observados en otros dispositivos de la familia de los *Stellarator*, tanto en condiciones de corriente toroidal neta nula y no nula, como son el *Heliotron E* y el *Compact Helical System (CHS)*, donde el origen de la perturbación es la desestabilización de modos de intercambio. Es necesario comentar que el fenómeno físico asociado a la actividad tipo *sawtooth* en *Stellarators* difiere de los observados en dispositivos *Tokamak*. En un *Tokamak* un suceso *sawtooth* tiene lugar cuando el valor del factor de seguridad $q = m/n$ cae para valores menores que la unidad en el eje magnético, excitándose modos *kink* (relacionados con el retorcimiento helicoidal de las líneas de campo magnético que modifican el módulo del propio campo e inducen corrientes adicionales en el plasma), apareciendo regiones estocásticas (se forman cuando las islas magnéticas se superponen y causan la ruptura de las superficies magnéticas) y un reajuste completo del equilibrio tras la reconexión magnética (las islas magnéticas reducen su tamaño y las superficies magnética se recuperan). En un *Stellarator* un suceso tipo *sawtooth* no causa una reestructuración del equilibrio tan intensa y son inducidos por el efecto desestabilizador de los gradientes de presión, no por corrientes, posiblemente modos tipo intercambio. Trabajos experimentales precedentes han localizado actividad tipo *sawtooth* en el *LHD* y en la actualidad se están desarrollando estudios teóricos que pretenden mejorar la comprensión de este fenómeno, con el fin de optimizar el funcionamiento del dispositivo. Respecto a las interrupciones internas no existe evidencia experimental de su existencia en el *LHD*, pero sí en otros *Stellarators* como los dispositivos *Heliotron E* o *CHS*. La excitación de este suceso solo tendrá lugar en regiones de operación *inward* muy desfavorables desde el punto de vista de la estabilidad

MHD del sistema, por lo que este trabajo se limitará a ponderar cual sería su efecto sobre el confinamiento del plasma y bajo que condiciones tienen lugar. En una disrupción interna, a diferencia de un suceso tipo *sawtooth*, se aprecian caídas significativas en los perfiles de densidad y temperatura. Respecto a la emisividad de rayos X blandos, la caída del perfil es más acentuada que en un suceso tipo *sawtooth*.

Entre los resultados de la simulación cabe resaltar que se ha establecido una relación directa entre la beta del sistema y la capacidad del sistema para desarrollar actividad disruptiva y tipo *sawtooth*. En concreto, para $\beta_0 > 1\%$ el sistema comienza a desarrollar patrones tipo *sawtooth*, cuya intensidad y recurrencia aumenta con el valor de beta. También se observan patrones disruptivos para $\beta_0 > 1\%$, que son causados por una fuerte perturbación sobre la superficie racional $1/2$, mientras que para $\beta_0 = 1.48\%$ es el efecto resonante de la superficie racional $1/3$ la actividad dominante en el núcleo del plasma. En el análisis de los casos tipo *sawtooth* se ha comprobado como el efecto no resonante del modo $1/3$ sobre el núcleo del plasma es el origen de la inestabilidad. Este estudio concluye también que es necesario evitar un modo de operación del *LHD* donde exista actividad disruptiva asociada a la superficie racional $1/2$, dada la importante pérdida de eficiencia que supone.

La memoria está distribuida según se indica a continuación: en el capítulo I se presentará la controversia actual sobre la necesidad de nuevas fuentes de energía y el vital papel que ha de jugar la fusión termonuclear en años futuros, además de una breve introducción a la fenomenología de la fusión nuclear y definiciones sobre el concepto de plasma. Finalmente unos breves comentarios sobre los diversos tipos de dispositivos de fusión más prometedores, resaltando el *LHD* para el que se han desarrollado todos los cálculos de este trabajo. En el capítulo II, se resumen las herramientas computacionales y fundamentos físicos utilizados, comentando algunos principios sobre Magnetohidrodinámica, equilibrio y estabilidad en un plasma. En el capítulo III, se procede a explicar el comportamiento de los modos *ballooning* de alta n . Primero se ha elaborado una introducción teórica sobre el comportamiento de los modos *ballooning* en dispositivos tipo *Stellarator*, para continuar con una exposición resumida de un tipo de régimen de operación llamado *régimen de núcleo super denso o (SDC) con barrera de difusión interna (IDB)*, donde se aplicarán algunas de las conclusiones de este trabajo. A continuación se presentan los resultados obtenidos finalizando con un resumen de aportaciones y conclusiones. En el capítulo IV se describe una simulación de casos disruptivos y tipo *sawtooth*, fundamentando primero este análisis en observaciones experimentales, aportando además las bases teóricas y objetivos del estudio. Seguidamente se presentarán los resultados de la simulación, mostrando un resumen orientado a los parámetros que mejor reflejen la fenomenología de la actividad disruptiva y tipo *sawtooth*, finalizando con una síntesis de aportaciones y conclusiones.

Capítulo 1

Introducción al problema de la fusión termonuclear por confinamiento magnético

1.1. Motivación en la búsqueda de la fusión nuclear

La exigencia de nuevas fuente de energía se ha hecho patente en las últimas décadas, especialmente en la actualidad, donde problemas tan acuciantes como el cambio climático [1] [2] [3] [4] o el agotamiento de los combustibles fósiles [5] son una realidad palpable. Las sociedades industrializadas necesitan cada día un mayor suministro energético [6], que ha de ser a su vez estable, económicamente rentable y medioambientalmente respetuoso [7] [8], condiciones que no cumple el modelo clásico basado en combustibles fósiles, sea el petróleo [9], el carbón y en menor medida el gas natural. Otras fuentes energéticas, como las energías renovables: eólica, hidráulica, mareal, biomasa o solar, entre otras, no pueden suplir la demanda, ni tampoco establecerse como pilar principal de abastecimiento puesto que su producción está condicionada por agentes externos, concluyendo en redes de suministro poco estable, relegándolas a una labor complementaria en el esquema energético de un país [10]. La energía nuclear por fisión es actualmente la única solución viable si se pretende hacer frente a las dificultades comentadas [11] [12]: no emite gases de efecto invernadero y produce energía ininterrumpidamente; por tanto aglutina todas las características precisas para ser el relevo natural de los combustibles fósiles al menos hasta mediados de este siglo, aunque antes tendrá que superar los prejuicios sociales y políticos que lastran su desarrollo [13] [14], incompatibles con la seguridad y eficacia de los reactores comerciales hoy existentes, así como los nuevos métodos para el tratamiento de los residuos radiactivos [15]. El próximo paso en esta evolución es la energía nuclear por fusión [16], ya que

2. Introducción al problema de la fusión termonuclear por confinamiento magnético

posee las buenas propiedades de la fisión pero sin sus efectos adversos: los residuos de su operación son mucho menos peligrosos y más fácilmente tratables, la radiactividad de los componentes del reactor decae en unos cien años y son reutilizables, el combustible utilizado es un bien inagotable [17], etc. El uso de tritio y deuterio en reactores de primera generación, y de deuterio-deuterio en versiones más avanzadas, identifica a esta fuente de energía como la menos contaminante, más segura y de combustible más barato y accesible [18] [19] aunque por desgracia todavía no es una realidad y tardará decenios en alcanzar el estadio de bien explotable industrialmente [20] [21] [22].

1.2. Principios de la fusión nuclear

Simplificando el problema a sus fundamentos, en el interior de un reactor de fusión de primera generación dos núcleos ligeros, Deuterio y Tritio, se unen para dar lugar a otro de mayor masa, liberando energía en el proceso ya que el nuevo núcleo tendrá un defecto de masa respecto a los reactivos. Conocida la equivalencia entre masa y energía [23] se sabe que la energía liberada es de 17,6 MeV, pasando a formar parte de la energía cinética de los productos, aproximadamente en un 80 % para el neutrón y un 20 % para la partícula alfa o núcleo de Helio, figura 1.1.

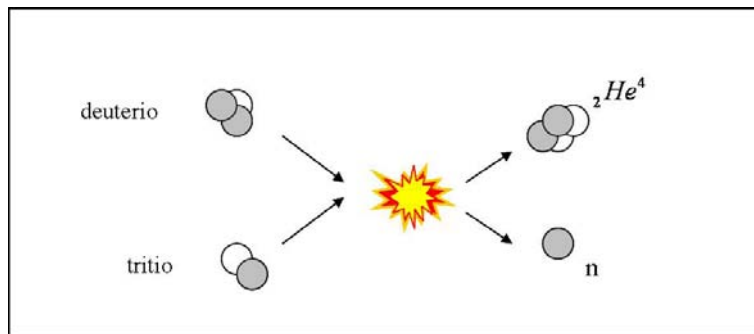
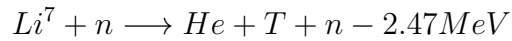
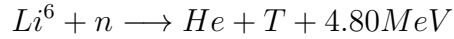
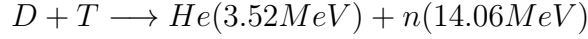


Figura 1.1: Reacción deuterio-tritio

Para conseguir que ambos núcleos se fusionen se ha de superar la repulsión de sus núcleos, fuerza de origen coulombiana [24], ya que ambos están cargados positivamente. Para lograrlo ha de cederse a los reactivos la suficiente energía cinética para que, cuando colisionen, pueda superar esta barrera electrostática. La manera más eficiente de hacerlo consiste en calentar el combustible a temperaturas suficientemente altas de modo que la velocidad térmica [25] [26] de los núcleos supere a la repulsión coulombiana, todo ello para una densidad de combustible que mantenga la mayor tasa de reacciones posible. Este método se conoce como fusión termonuclear.

Para una mezcla deuterio-tritio, con una densidad en torno a $10^{20} - 10^{22} m^{-3}$, la región de temperatura donde la reacción es eficiente se encuadra entre los 10 - 25 keV, donde 1 Kev es 10 millones de grados centígrados. El ciclo de reacción más prometedor es el siguiente [27]:



La temperatura crítica de reacción para este ciclo es de 5 KeV y la óptima de funcionamiento es 15 KeV. Comparado con otros ciclos de reacción, estos parámetros de temperatura son los más bajos posibles, lo que permite reducir las pérdidas por radiación del dispositivo, que han de ser compensadas por la energía generada en las reacciones de fusión. La energía generada debe superar no solo las pérdidas radiativas, si no también las pérdidas propias de la operación del dispositivo, como por ejemplo, el coste energético de calentar el plasma hasta la temperatura de operación o la eficiencia de la transformación en energía eléctrica del calor generado por el núcleo del reactor. Para ponderar la capacidad de un dispositivo a la hora de generar energía neta, se han definidos criterios diversos, como por ejemplo, el criterio de Lawson [28].

Aplicando principios de Termodinámica, la energía térmica del combustible se calcula como $3n(T_i + T_e)/2$, donde n es la densidad y $T_{e,i}$ la temperatura de electrones e iones respectivamente. Si la temperatura de los iones y electrones es la misma la expresión se reduce a $3nT$. Esta energía decae por efectos de conducción de calor y pérdida de partículas, por lo que se define un parámetro que contempla cuanto tiempo tarda en media la energía en migrar fuera de sistema. A este tiempo se le llama tiempo de confinamiento τ_E , que se expresa como:

$$\tau_E = \frac{3nT}{P_c}$$

donde P_c es la potencia suministrada. El criterio de Lawson consiste en relacionar la pérdida y ganancia de energía por parte del sistema:

$$P_c + P_r = \eta(P_F + P_c + P_r)$$

con $P_r \equiv$ potencia de radiación perdida, $P_F \equiv$ potencia generada por la fusión, $\eta \equiv$ eficiencia de la transformación del calor en energía eléctrica (sobre 1/3).

La expresión anterior se puede escribir de manera más compacta, aplicando la definición de tiempo de confinamiento:

$$n\tau_E \geq f(T)$$

4. Introducción al problema de la fusión termonuclear por confinamiento magnético

siendo $f(T)$ una función de la temperatura, que para el ciclo D-T y a la temperatura óptima, su valor es de $3.10^{19}m^{-3}s$.

Para un reactor de fusión comercial a esta expresión se le ha de añadir la aportación de los núcleos de partículas alfa que quedan confinados, ya que estos dispositivos operarán en régimen de ignición, donde las pérdidas de radiación son compensadas sin aporte externo de energía haciendo más eficiente al reactor. Teniendo en cuenta esta aportación, la expresión definitiva del criterio de Lawson es:

$$n\tau_E \geq 2.10^{20}m^{-3}s$$

Todo esfuerzo por desarrollar un dispositivo de fusión termonuclear tiene a este criterio en consideración, exigiendo que el combustible a una cierta densidad y temperatura ha de mantenerse confinado al menos un tiempo τ_E para que la operación sea eficiente.

1.3. Definición de plasma

A la temperatura óptima el combustible ha modificado su naturaleza, ahora ya no se dispone de átomos, estos se han disociado en electrones y núcleos, conformando lo que se llama un plasma [29], que se define como: gas cuasi-neutro compuesto por partículas cargadas y neutras que presenta comportamiento colectivo.

Los efectos colectivos en un plasma se deben a la existencia de partículas cargadas, ya que en su movimiento pueden generar concentraciones de carga, surgiendo en consecuencia campos eléctricos que afectaran a terceras partículas. La cuasi-neutralidad está relacionada con el hecho de que originariamente se parte de un gas compuesto de moléculas y átomos neutros [30], es decir, su proporción de electrones y cargas nucleares es idéntica. Cuando se produce la disociación de los átomos, las poblaciones independientes de cargas van a influir en el comportamiento colectivo del plasma, manifestándose lo que se conoce como el apantallamiento de Debye [31], que consiste en la tendencia de las cargas a anular el efecto del campo creado por una carga de signo opuesto, evitando que éste se manifieste más allá de la longitud de Debye [31], que se define en primera aproximación como:

$$\lambda_d = \left(\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{ne^2} \right)^{1/2}$$

donde:

$\epsilon_0 \equiv$ permitividad del vacío [32].

$k_B \equiv$ constante de Boltzmann [33].

$T_e \equiv$ temperatura de los electrones [34] (dado que su movilidad es superior a la de los iones, son ellos los que efectúan el apantallamiento).

$n \equiv$ densidad de partículas.

$e \equiv$ carga del electrón.

En consecuencia, una definición práctica de cuasi-neutralidad para un plasma en equilibrio es: si un sistema tiene dimensiones superiores a la longitud de Debye, este es capaz de aislar cualquier tipo de concentración de carga o potencial externo inducido en su interior más allá de esta distancia, quedando libre el resto del plasma de potenciales o campos eléctricos. En plasmas de fusión reales sí que existen campos eléctricos inducidos por diferencias de carga dentro del plasma, causando entre otros efectos que en plasma rote como es el caso de la corriente diamagnética, por lo que la definición de plasma bajo estas circunstancias se debe de adecuar a la de un sistema que no está en equilibrio de fuerzas.

Es necesario comentar el significado de temperatura en un plasma, que se define como la energía cinética de las partículas que lo constituyen. En un gas existe localmente, una distribución de velocidades llamada distribucilón de Maxwell [35] que en su versión unidimensional relativista se escribe como:

$$f(p) = \frac{N}{4\pi k_b T m_0^2 c K_2 \left(\frac{m_0 c^2}{k_b T} \right)} e^{-\frac{E}{k_b T}}$$

donde:

$$\rho_\alpha = \int f_\alpha d\vec{u} \longrightarrow \rho(r, t) \equiv \text{densidad de masa.}$$

$$f dp \equiv \text{número de partículas por } m^3 \text{ con velocidad entre } p \text{ y } p + dp.$$

$$\epsilon = m_0 c^2 (\gamma - 1) \equiv \text{masa relativista.}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \equiv \text{factor de Lorentz.}$$

$$K_2 \equiv \text{función de Hankel modificada.}$$

$$N \equiv \text{densidad de partículas.}$$

La anchura de esta distribución se conoce como la constante T que identificamos localmente con la temperatura. Existen diversos factores que pueden modificar esta distribución en un plasma, como las partículas atrapadas o fuentes de calentamiento como la inyección de haces neutros o NBI.

Otro hecho a tener en cuenta es que, para que exista apantallamiento, debe de haber un número suficiente de partículas. Esta necesidad se recoge en la definición de esfera de Debye [31] y la cantidad de partículas N_p que contiene:

$$N_p = n \frac{4}{3} \pi \lambda_d^3$$

Es necesaria una tercera condición relacionada con las colisiones. Si se dispone de un sistema donde las partículas cargadas colisionan muy frecuentemente, la descripción de su comportamiento vendrá descrita por la hidrodinámica [36] y no por las fuerzas magnéticas. Definiendo ω como la frecuencia típica de oscilación del plasma, frecuencia de Langmuir, [31], relacionada con el tiempo que tarda en recuperar el equilibrio un plasma perturbado, y τ como el tiempo medio entre colisiones con átomos neutros, la condición para que el sistema se comporte como un fluido es que $\omega\tau > 1$.

1.4. Estructura de un reactor de fusión por confinamiento magnético

El objetivo principal de un reactor de fusión termonuclear es recrear las condiciones para que las reacciones de fusión termonuclear puedan tener lugar. Esto solo es posible si el plasma está convenientemente aislado en una región limitada del espacio. La dificultad principal es que el plasma constituye un sistema muy alejado del equilibrio y las partículas que lo integran tienden a poblar todos los estados energéticos disponible en el sistema, incluso aquellos que rompen el aislamiento y permiten al plasma migrar fuera del sistema. Para que se cumpla el criterio de Lawson y las reacciones de fusión termonuclear tengan lugar, debe evitarse que el plasma escape de su confinamiento.

Existen diversos métodos de confinamiento, entre ellos el presente en la propia naturaleza llamado confinamiento gravitacional [37] y que tiene lugar en el interior de las estrellas. En este caso el hidrógeno se fusiona porque permanece atrapado en el interior de la estrella por acción del campo gravitatorio generado por la gran masa de la estrella. Esta es una manera poco eficiente de proceder, ya que incluso para estrellas del tamaño del Sol, la reacción está poco favorecida y su tasa es muy baja; además en un reactor no podría disponerse de semejante campo gravitatorio, por lo que se ha de buscar un paradigma distinto.

En la actualidad existen dos vertientes principales que pretenden solucionar este problema: el confinamiento inercial [38] y el magnético [39].

El confinamiento inercial consiste en causar una poderosa implosión de una pequeña cantidad de combustible dispuesta en cápsulas llamadas "hohlraum" mediante potentes láseres, consiguiendo plasmas de altísima densidad pero tiempos de confinamiento exigüos.

En el confinamiento magnético se utilizan campos magnéticos para obligar a las partículas cargadas a seguir sus líneas de campo. Las trayectorias de las partículas no serán exactamente las descritas por las líneas de campo, ya que las partículas

también están sujetas a derivas debidas a diferentes causas, como por ejemplo a variaciones en el módulo del campo magnético, la existencia de campo eléctricos radiales, al radio de giro de Larmor (rotación de la partícula alrededor de la línea de campo), etc. Las líneas de campo magnético se cierran sobre si misma tras un número finito o infinito de rotaciones. En el caso de una trayectoria infinita se conforman estructuras bidimensionales o tridimensionales, y en particular, la topología de las estructuras bidimensionales ha de ser equivalente a la de un toro, que recibe el nombre de superficie magnética [40]. Estas trayectorias nunca llegan a cortarse y dan lugar a una serie de superficies magnética anidadas en torno a una superficie central degenerada llamada eje magnético. Para el caso tridimensional, la trayectoria conforma regiones de campo estocástico, y solo para sistemas con ciertas simetrías es posible demostrar la existencia de superficies magnéticas [41] [42]. Habitualmente existe una proporción entre las superficies magnéticas y regiones estocásticas que solo puede calcularse mediante modelos numéricos. Para los cálculos teóricos se utilizan aquellas líneas de campo con trayectoria finita, que se cierran sobre si misma tras un número finito de revoluciones. Estas líneas de campo constituyen las llamadas superficies racionales, que a la hora de hacer el estudio de la estabilidad de un plasma se identifican como las zonas donde la inestabilidad va a desarrollarse con mayor intensidad.

En un reactor de fusión termonuclear por confinamiento magnético las superficies confinantes se generan mediante la superposición de un campo magnético toroidal muy intenso y otro poloidal menos intenso que retuerce la línea de campo. La presencia de un campo magnético poloidal es fundamental para el buen confinamiento, dado que en toda trampa magnética existen zonas donde la capacidad confinante del sistema es menor frente a otras donde será mayor; al obligar al plasma a recorrer ambas regiones se previene que el plasma se localice en zonas donde el confinamiento está desfavorecido. El parámetro que recoge la información sobre el retorcimiento de las líneas de campo se llama transformada rotacional (ι), y da cuenta del número de vueltas poloidales por cada revolución toroidal sub-tendida por la línea de campo. Otro parámetro clave llamado cizalla magnética o shear (s) indica la variación de ι entre diferentes superficies magnéticas. La forma del perfil de la transformada rotacional es el parámetro clave para caracterizar a los dos paradigmas más importantes en la actualidad, las configuraciones tipo Tokamak [43] y Stellarator [44].

Sus principales diferencias son:

- La generación del campo poloidal; en el caso Tokamak, induciendo corriente dentro del plasma, en Stellarators, mediante bobinas externas. En un Stellarator se trata de minimizar la presencia de corrientes en el plasma ya que son una fuente de inestabilidad.
- El máximo de campo poloidal está ubicado en el centro del plasma para

Tokamaks y en el exterior para Stellarators. Este provoca que en un Tokamak la transformada rotacional sea mayor en el centro y decrezca hacia la periferia, mientras que en un Stellarator sucede lo contrario.

- La configuración tipo Tokamak dispone de geometría cuasi-axisimétrica, es decir, posee idealmente una simetría alrededor de su eje principal facilitando cualquier desarrollo teórico que sobre él se aplique. La geometría en un Stellarator es tridimensional ya que las propias bobinas generan ambas componentes del campo, complicando mucho su estudio.
- El Tokamak es un dispositivo de naturaleza pulsada, mientras que el Stellarator puede operar de forma continuada sin recurrir a modelos de operación que requieran de corrientes inducidas en el interior del plasma.

1.4.1. Dispositivos Tokamak

Este dispositivo fue desarrollado originariamente en la URSS en los 70 [127]. En su interior el campo poloidal es generado induciendo una corriente en el plasma en dirección toroidal, y el campo toroidal se crea mediante bobinas externas enrolladas al toroide, llamadas bobinas toroidales (Fig. 1.2).

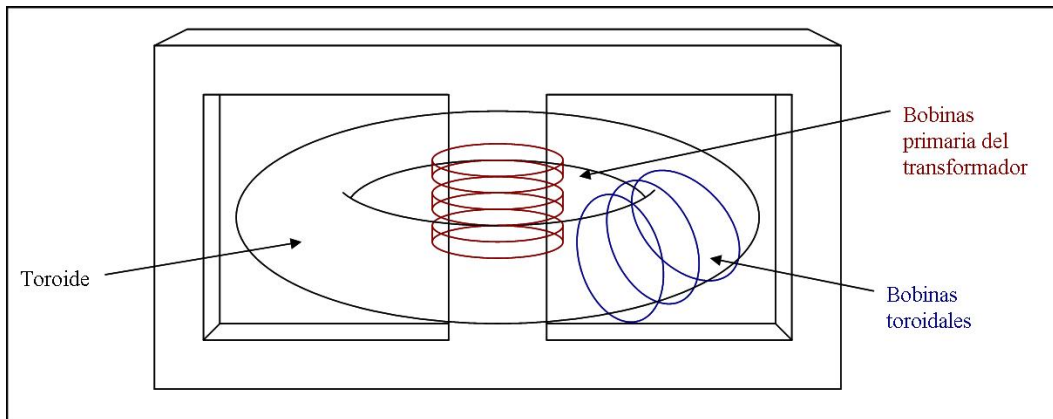


Figura 1.2: Esquema del bobinado de un reactor tipo Tokamak

Por efecto transformador, las bobinas primarias inducen corriente en el plasma, que actúa como bobina secundaria (Fig. 1.3):

Los parámetros geométricos más importantes de este reactor son [45], fig 1.4:

- Radio mayor (R_0); radio del eje del toroide, desde el eje de simetría toroidal hasta el centro del toroide.
- Forma y tamaño de la sección transversal; compuesto por los siguientes elementos:

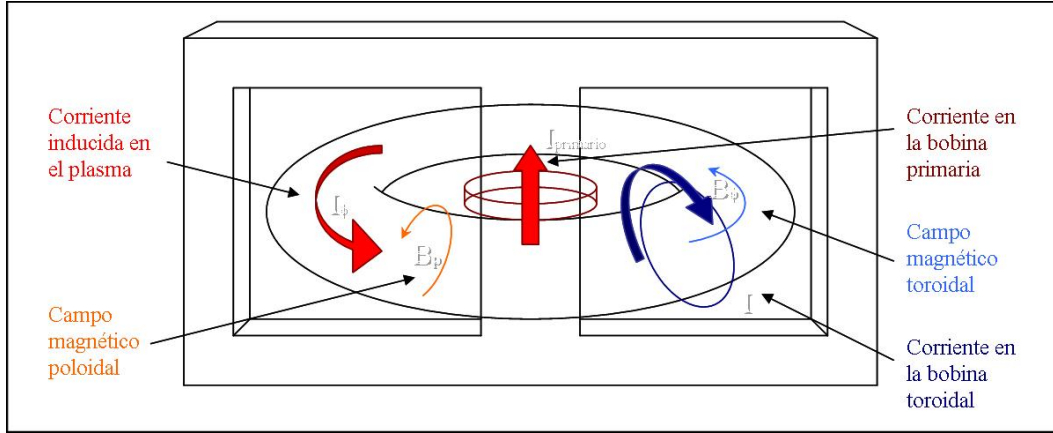


Figura 1.3: Corrientes y campos en un reactor tipo Tokamak

- Radio menor horizontal (a); anchura media del plano ecuatorial.
 - Radio menor vertical (b); anchura media en dirección vertical.
 - Elongación o elipticidad. $\kappa = b/a$
 - Triangularidad (δ) indica como de triangular es la forma del plasma desviándose de la elíptica ideal.
- Razón de aspecto; $A = R_0/a$, indica como de compacto es el dispositivo.
 - Factor de seguridad; $q = m/n$, pondera cuantas vueltas poloidales da el plasma respecto a las revoluciones toroidales. Si es menor que la unidad cerca del eje magnético el plasma se desestabiliza.

Parámetros físicos que caracterizan a un reactor tipo Tokamak:

- Corriente toroidal I_ϕ , es la corriente que circula en dirección toroidal en el seno del plasma, alcanzando las decenas MA.
- Campo magnético toroidal B_ϕ , cuyo valor alcanza varios T.
- La β del plasma, definida como la razón entre la presión del plasma y la presión magnética:

$$\beta = \frac{p}{p_{mag}}$$

donde: $p = nk_B T$; $p_{mag} = B^2/2\mu_0$. Este parámetro indica el grado de aprovechamiento del campo magnético para confinar el plasma, como razón entre la presión del plasma confinado y del campo confinante.

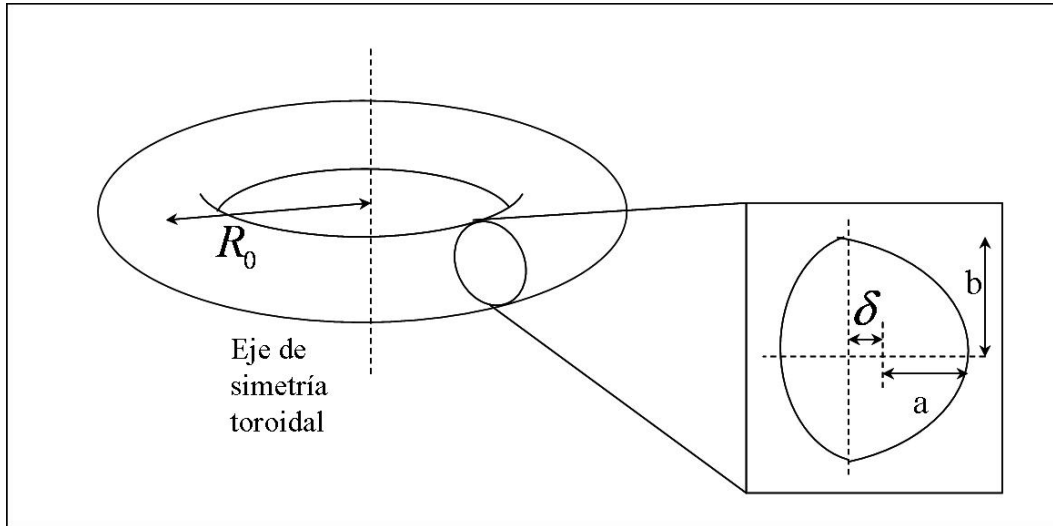


Figura 1.4: Parámetros geométricos de un reactor tipo Tokamak

Los ejemplos más relevantes de dispositivos tipo Tokamak son el JET [128], fig 1.5, construido en Culham (Inglaterra), que es hasta la actualidad el dispositivo que mejores resultados ha alcanzado y más ha contribuido al progreso de la fusión nuclear. Otro ejemplo es el ITER [129], de próxima construcción en Francia, que será el mayor Tokamak construido hasta la fecha y cuyo fin es constituir el banco de pruebas definitivo para la viabilidad de la fusión nuclear.

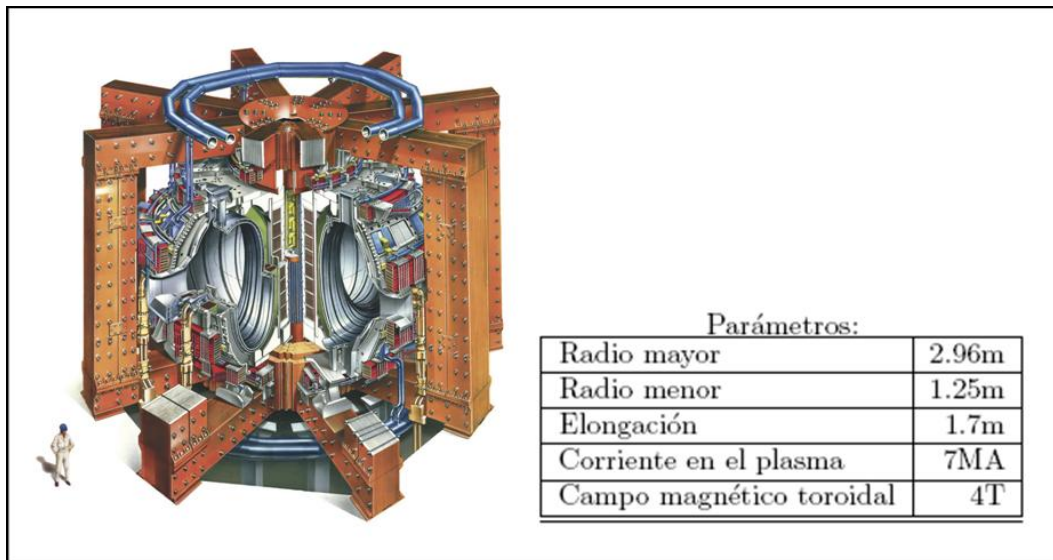


Figura 1.5: JET (UKAEA, Culham), parámetros geométricos de un reactor tipo Tokamak

1.4.2. Dispositivos Stellarator

Se definen de esta manera a todo dispositivo donde el campo magnético poloidal se crea en bobinas enrolladas a lo largo del toro [130]. Este trabajo está orientado a configuraciones tipo Stellarator, ya que los cálculos desarrollados se han aplicado a un dispositivo de esta naturaleza, el LHD o Large Helical Device [46], operativo desde 1998, fig 1.6. El LHD es el mayor Stellarator construido hasta la fecha y ha sido ingeniado con la intención de demostrar la viabilidad de un dispositivo de fusión que opere en estado estacionario.

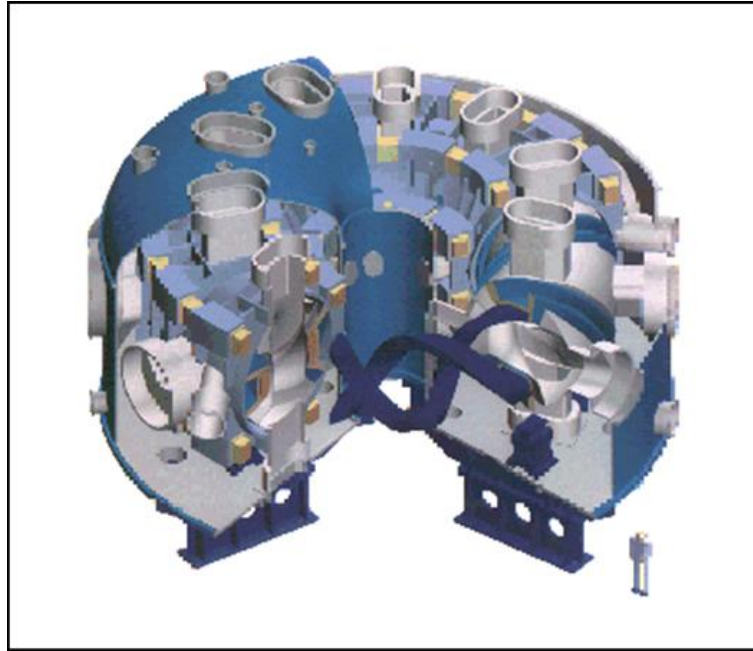


Figura 1.6: Stellarator LHD (Oroshi-Cho, Toki, Gifu, Japón)

El LHD es un heliotrón-torsatrón que dispone de una pareja de bobinas helicoidales superconductoras (blancas) con $L = 2/M = 10$, donde $L \equiv$ número de vueltas poloidales y $M \equiv$ número de vueltas toroidales, y tres pares de bobinas poloidales (rojas), cuyas características se resumen en la figura 1.7.

Los sistemas de calentamiento del LHD consisten en inyectores de haces neutros (NBI) basados en iones negativos, figura 1.8, además de fuentes electrón ciclotrón (ECH) e ion ciclotrón (ICH) [47]. El sistema NBI inyecta en el sistema 15 MW de potencia, introduciendo los haces tangencialmente para evitar la pérdida de iones de alta energía por efecto del rizado helicoidal. El sistema NBI tiene como fin calentar el núcleo del plasma, por lo que se requiere un perfil de deposición estrecho y concentrado en la región más interna del plasma. Para este fin se necesitan haces de alta energía, 180 keV para Hidrógeno y de 360 keV para Deuterio con pulsos de hasta 10 segundos; estas especificaciones técnicas son satisfechas por un sistema

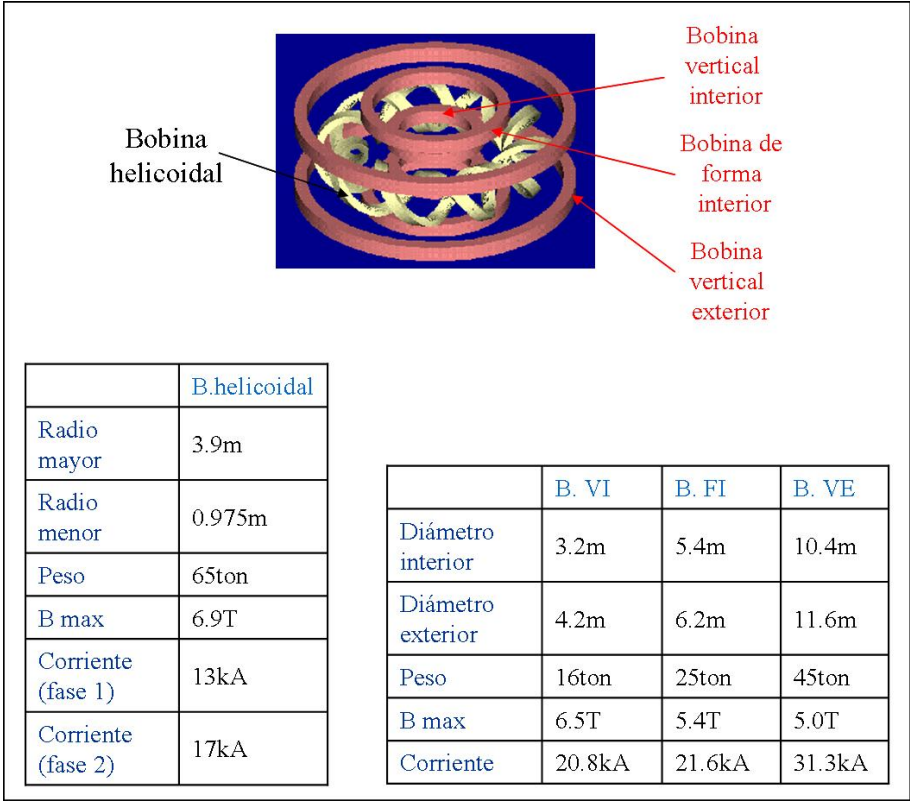


Figura 1.7: Configuración del bobinado del dispositivo LHD y parámetros de interes

de iones negativos (mayor profundidad de penetración que la versión con haces positivos). El LHD dispone de dos líneas de entrada y cuatro fuentes de haces neutros.

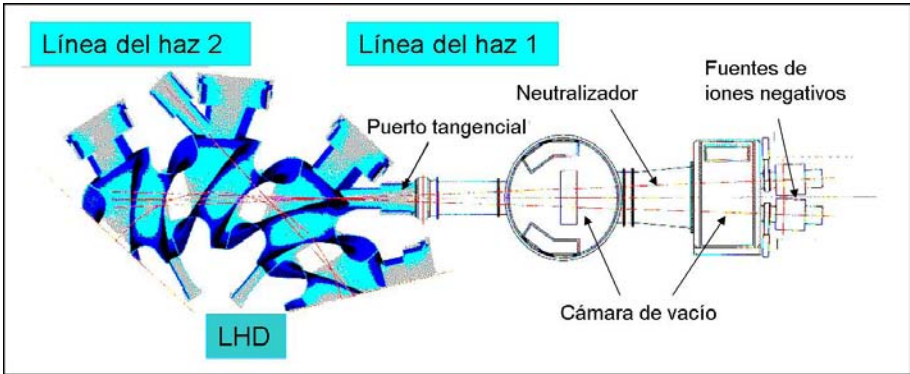


Figura 1.8: Esquema del sistema NBI del LHD

Este sistema de calentamiento juega un papel crucial en el estudio de las dis-

rupciones internas y la actividad tipo sawtooth en los dispositivos Heliotron E y CHS [48] [49] [50], ya que en los modelos de operación donde se ha observado este tipo de actividades el sistema es intensamente calentado mediante NBI. En el caso del LHD, la actividad tipo sawtooth se observa en plasma calentados intensamente mediante NBI.

La capacidad de confinamiento del LHD está a la altura de los mejores dispositivos de fusión existente, logrando alcanzar en operaciones con plasma de Hidrógeno betas del 5 %, temperatura iónica $T_i(0)$ sobre el eje magnético de 5.2 keV, energía almacenada W_p de 1.625 MJ y densidad electrónica media \bar{n}_e de $4.1 \cdot 10^{20} m^{-3}$ [51] [52] [55] [56] [112] [122]. La operación con producto triple ($n\tau_E T$) más elevado alcanzado recientemente está caracterizada por los parámetros: $T_e = T_i = 0.55$ keV, $\bar{n}_e = 2 \cdot 10^{20} m^{-3}$, $\tau_E = 0.23$ s, $\beta = 0.85$ % y $W_p = 0.779$ MJ con $B = 2.64$ T [112]. En el estudio de su capacidad para lograr la operación estacionaria, se han alcanzado descargas de hasta una hora de duración y operaciones con pulsos sostenidos con 1.6 GJ de energía inyectada con $\bar{n}_e = 0.4 \cdot 10^{19} m^{-3}$ y $T_e = 1$ keV [122].

En la operación del LHD se ha comprobado la viabilidad de alcanzar betas de hasta el 5 %, baremo considerado como imprescindible para todo futuro reactor de fusión comercial [57]. La gráfica 1.9 muestra la evolución de la beta alcanzada por el LHD en función de la operación en sucesivas campañas, junto con una tabla resumen de la longitud de pulso y producto triple logrados en el LHD.

En las últimas campañas del LHD se han estudiado diversas configuraciones, algunas dedicada a comprobar como se comporta el plasma cuando se modifica la posición del eje magnético en el vacío R_{ax} . En su posición estándar, el eje magnético en el vacío ocupa un radio de 3.75 m. Cuando el eje magnético en el vacío tiene un radio menor hablamos de una configuración *inward shifted*, y cuando tiene un radio mayor de una disposición *outward shifted* [58]. La figura 1.10 resume la importancia de la localización del eje magnético en el vacío frente a las características del plasma.

La deriva del eje magnético fuera de su posición estándar durante la operación de un dispositivo de fusión se conoce como *Shafranov shift* y tiene lugar cuando la beta del sistema aumenta, deformándose las superficies magnéticas cambiando algunas propiedades del plasma.

Para beta alta e intermedia existen ciertas superficies racionales que serán más fácilmente desestabilizadas y en su región de influencia pueden llegar a excitarse inestabilidades que desconfinen el plasma [59] [60]. Uno de los modos más peligrosos es el $m/n = 1/1$, localizado en la zona externa del toro, cuya desestabilización puede inducir a un completo desconfinamiento del plasma, causando daños a la cámara de vacío y a los aparatos de diagnóstico. Otros modos susceptibles de generar inestabilidades perniciosas para el sistema son los modos $m/n = 2/3$ y $m/n = 1/2$, localizados cerca del núcleo del plasma.

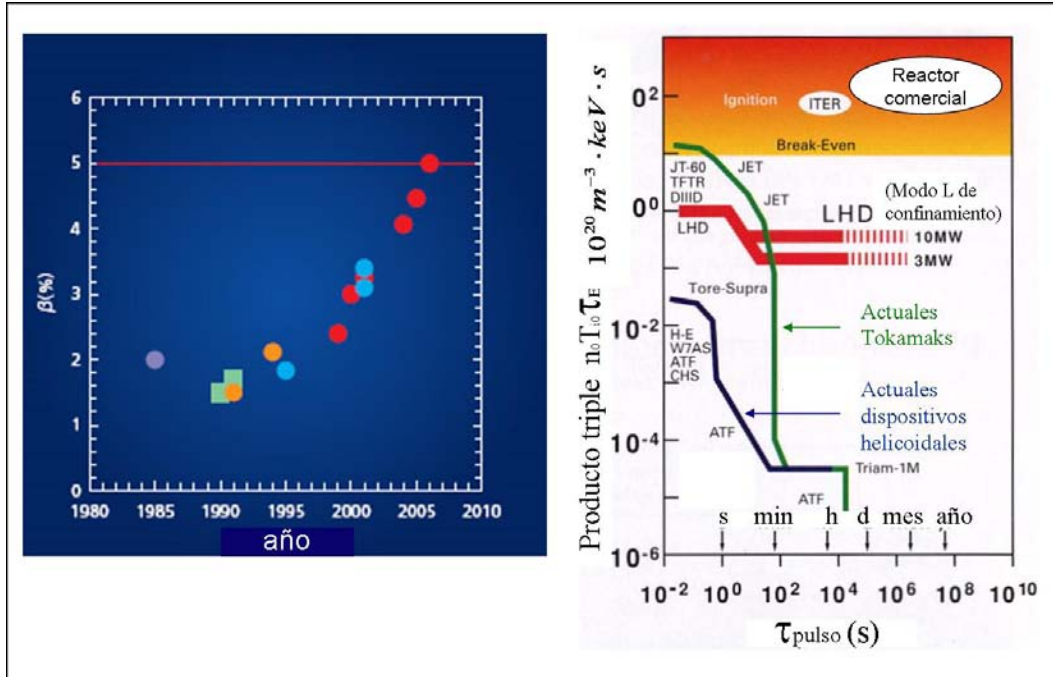


Figura 1.9: Evolución de la beta archivada en el LHD y producto triple frente a la longitud del pulso

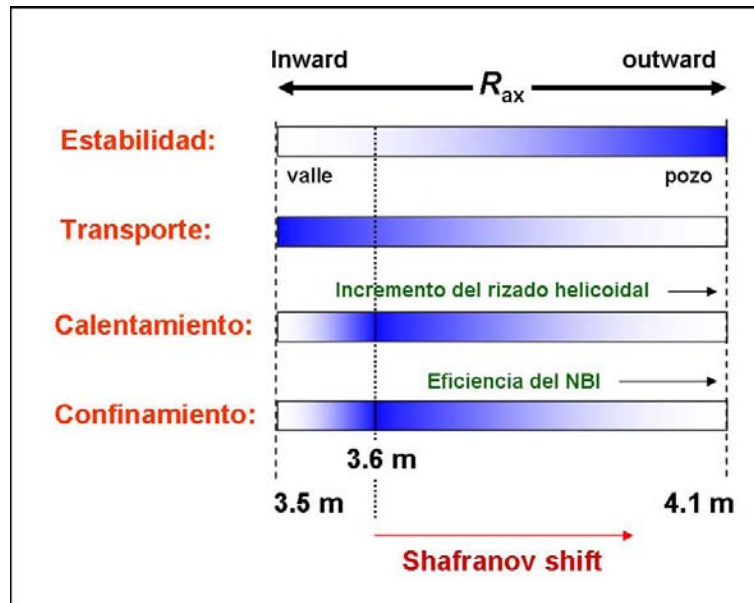


Figura 1.10: Posición del eje magnético en el vacío y sus efectos sobre la propiedades del plasma

Las características enumeradas del LHD son de vital importancia a la hora de analizar el comportamiento de los modos ballooning, cuya actividad es especialmente relevante en configuraciones outward, como de los eventos disruptivos y tipo sawtooth, inducidos en configuraciones inward. Las características del sistema son muy distintas para cada uno de estos modelos de operación.

Capítulo 2

Equilibrio y estabilidad

Si se pretende analizar un plasma de fusión confinado magnéticamente, un procedimiento posible consiste en construir un equilibrio que contenga la información física más relevante para el fenómeno que se quiere analizar, donde se asume que todas las fuerzas presentes en el plasma están balanceadas, y sobre ese equilibrio estudiar las propiedades de estabilidad frente a diferentes perturbaciones. Un equilibrio es estable cuando el sistema, tras someterlo a pequeñas perturbaciones, recupera su estado original. Por el contrario, si el sistema sufre una transición que modifica su naturaleza cambiando su estado de mínima energía, el equilibrio es inestable. Se supone que las oscilaciones del sistema son pequeñas alrededor de un punto de equilibrio, por lo que no se contemplan aquellas perturbaciones que puede provocar excursiones importantes más allá del equilibrio, causando que el sistema sufra transiciones que modifiquen completamente los estados energéticos del plasma. Para asegurar que los resultados del estudio aporten información real sobre la física del problema, se justificarán puntualmente la validez de las aproximaciones adoptadas.

La teoría cinética es un punto de partida suficientemente genérico para describir como interacciona el plasma con los campos magnéticos confinantes, donde se analiza la evolución microscópica de una función de distribución $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ bajo la acción de campos electromagnéticos. Tal y como sucede en muchos problemas de la física macroscópica, es posible prescindir del conocimiento completo del problema y centrarse en ciertas variables relevantes, en particular, en la evolución de los valores medios de parámetros que representan principios físicos más profundos y complejos, pero que para los objetivos de un estudio en concreto contienen la información necesaria del sistema. Por ese motivo se definen variables como la densidad o la presión, aplicando principios propios de la termodinámica clásica como momentos de las funciones de distribución. Para los objetivos del presente trabajo se puede utilizar el modelo Magnetohidrodinámico como simplificación de la teoría cinética, suficiente para describir los fenómenos a estudio.

2.1. Teoría cinética y Magnetohidrodinámica

La teoría cinética describe como evoluciona la función de distribución de las especies que constituyen el plasma, es decir, como cambia la proporción de partículas con una velocidad y posición dadas. La ecuación que recoge la evolución de la función de distribución se llama ecuación de Boltzmann [30]. En el caso de que las fuerzas externas son únicamente de naturaleza electromagnética la expresión de la ecuación de Boltzmann es:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{\nabla}_v f_\alpha = \left(\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c$$

donde:

$f(\vec{r}, \vec{v}, t)_\alpha \equiv$ función de distribución en el espacio de fases para cada especie α [61].

$\left(\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c \equiv$ cambio en la función de distribución por efecto de las colisiones.

El término de colisiones pondera las colisiones de corto alcance que se aproxima considerando que solo tienen lugar colisiones binarias elásticas entre partículas iguales o diferentes, es decir, que tras cada choque la energía ha de conservarse y solo pueden existir choques donde se involucren dos partículas como máximo [62]. En el caso de un plasma de fusión las colisiones dominantes son colisiones elásticas Coulombianas. Para que la descripción sea completa se añaden las ecuaciones de Maxwell que determinan el comportamiento y evolución de los campos electromagnéticos [65].

Resolver el sistema de ecuaciones descrito es una tarea complicada, por lo que se adopta la aproximación Magnetohidrodinámica, modelo que describe el plasma como si se tratase de un fluido [66]. El límite MHD parte de la siguiente hipótesis: iones y electrones deben estar dominados por las colisiones, necesario si pretendemos describir el sistema como un fluido, y que las partículas están lo suficientemente próximas las unas a las otras, durante el tiempo suficiente, para que se puedan considerar elementos diferenciales de fluido. Para analizar el comportamiento del plasma se definen las siguientes variables:

$$n_\alpha = \int f_\alpha d\vec{u} \longrightarrow n(r, t) \equiv \text{densidad de partículas.}$$

$$\vec{v}_\alpha = \frac{1}{n_\alpha} \int \vec{u} f_\alpha d\vec{u} \longrightarrow \vec{v}(r, t) \equiv \text{velocidad.}$$

$$p_\alpha = \frac{1}{3} m_\alpha \int |\vec{v}_\alpha - \vec{u}|^2 f_\alpha d\vec{u} \longrightarrow p(r, t) \equiv \text{presión.}$$

$$\vec{J} = \sum_\alpha q_\alpha \int \vec{u} f_\alpha d\vec{u} \longrightarrow \vec{j}(r, t) \equiv \text{densidad de corriente eléctrica.}$$

$$T_\alpha = \frac{p_\alpha}{\rho_\alpha} \longrightarrow T(r, t) \equiv \text{temperatura.}$$

$\vec{E}(r, t)$ y $\vec{B}(r, t) \equiv$ campo electromagnético.

que representan los valores medios de las variables definidas mediante las funciones de distribución para cada especie química α . Conocer su valor en función de la posición y del tiempo reporta la información suficiente para conocer el estado del sistema.

Para alcanzar el modelo MHD se adoptan dos nuevas aproximaciones, descartando del desarrollo la información a altas frecuencias y longitudes de onda corta, que se traducen en las siguientes condiciones:

- Corriente de desplazamiento aproximadamente nula [32]; las ondas electromagnéticas relevantes para el modelo tendrán velocidades de fase mucho menores que la velocidad de la luz, al igual que la velocidad térmica, es decir, $\omega/k \ll c$ y $V_{T_e} = (T_e/m_e)^{1/2} \ll c$, donde V_{T_e} es la velocidad térmica, c es la velocidad de la luz y ω, k son la frecuencia y vector de onda de la inestabilidad.
- Cuasineutralidad local [32]; cuando se genera una separación de carga macroscópica el plasma ha de responder inmediatamente creando un campo eléctrico que mantenga esa cuasineutralidad, más rápido que la frecuencia característica de cualquier otro proceso relacionado. Con esto se supone que la inercia de los electrones es despreciable, actuando casi al instante ante cualquier separación de carga para restaurar la neutralidad.

La formulación definitiva del modelo MHD se adopta suponiendo que:

- Masa del fluido solo se debe a los iones.
- Cuasineutralidad, densidad de iones y electrones es la misma si el número atómico es $Z = 1$, $\rho \approx m_i n$.
- Velocidad del fluido es la velocidad de los iones, $\vec{v} = \vec{v}_i$.
- Presión como la suma de las presiones de iones y electrones, $p = p_i + p_e$.
- Temperatura de iones y electrones es la misma.
- Densidad de corriente, $\vec{J} = en(\vec{v}_i - \vec{v}_e)$.

El modelo MHD todavía es complicado de resolver, por lo que se simplifica adoptando el llamado modelo MHD ideal. En el modelo MHD ideal la resistividad del plasma es nula, $\eta = 0$, es decir, que el plasma no ejerce ninguna resistencia al paso de la corriente a través de él. Las ecuaciones del modelo MHD ideal son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{conservación de masa}$$

$$\begin{array}{ll}
\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{j} \wedge \vec{B} - \vec{\nabla} p & \text{ecuación del momento} \\
\frac{d(p\rho^{-\gamma})}{dt} = 0 & \text{ecuación de la energía} \\
\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} = 0 & \text{ley de Ohm con resistividad nula} \\
\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{ley de Faraday} \\
\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = -\mu_0 \vec{j} & \text{ley de Ampère} \\
\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 & \text{campo magnético solenoidal}
\end{array}$$

donde:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \quad \text{derivada convectiva}$$

Entre las propiedades de la MHD ideal destacar que las ecuaciones que describen la evolución de la masa, el momento y la energía se pueden expresar en forma de ecuaciones de conservación donde:

$$\frac{\partial(\text{variable conservada})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\text{flujo})$$

es decir, despreciando la viscosidad en la ecuación del momento, además de la conducción de calor y viscosidad térmica en la ecuación de la energía, la masa, el momento y la energía se conservan localmente lo que relaja el rango de aplicación del modelo. La conservación global de estas variables depende de las condiciones de contorno del sistema, por ejemplo, si se considera como condición de contorno una pared perfectamente conductora la masa y la energía se conservarán globalmente, pero en el caso de un plasma rodeado por bobinas externas solo se conservará la masa.

Que estas variables se conserven indica que el flujo magnético también se conserva, evitando que la topología de las superficies magnéticas cambien, impidiendo que se generen nuevos estados de energía accesibles por el sistema. De existir resistividad se les otorgaría a las líneas magnéticas la capacidad de difundirse, modificando las propiedades de estabilidad del sistema al existir nuevos estados de energía disponibles.

Las aproximaciones adoptadas poseen un rango de validez determinado por las condiciones de aplicabilidad, que son las siguientes:

- Escala de longitud (L) y tiempo (τ) característicos [66]; los fenómenos más rápidos han de ser mayores que los tiempos mínimos descritos por el modelo, cuya velocidad de fase sea mayor o del orden de $\tau \approx L/V_{Te}$.
- Alta colisionalidad [68]; un plasma dominado por colisiones ha de verificar que $\lambda_{\alpha,\beta} \ll L$ y $\tau_{\alpha,\beta} \ll L/V_{Te}$ donde $\lambda_{\alpha,\beta}$ es el recorrido libre medio de especies α, β . $\tau_{\alpha,\beta}$ es el tiempo típico de colisión para especies α, β .

- Pequeño radio de Larmor iónico [66]; el radio de giro de los iones alrededor de su centro guía ha de ser mucho menor que el tamaño del sistema, es decir, $r_L/L \ll 1$ siendo r_L el radio de Larmor iónico.
- Pequeña resistividad; podemos despreciar el término de la resistividad y considerarlo nulo en primera aproximación.

Todas las condiciones se satisfacen con holgura, excepto la de alta colisionalidad al ser un sistema con baja colisionalidad, aunque será emulada por la acción del campo magnético para el movimiento perpendicular. Este equiparación no se da en el movimiento paralelo y los resultados en esta dirección son imprecisos.

2.2. Equilibrio y estabilidad

Se define equilibrio como el estado del sistema donde existe un balance de fuerza, por lo que es posible proponer una solución independiente de la variable temporal. Este equilibrio puede ser tanto estable como inestable, dependiendo de si las perturbaciones que sufre son amplificadas o amortiguadas en la evolución del sistema. Otro hecho a tener en cuenta es si la estabilidad es lineal o no lineal; en el caso lineal cuando el sistema se separa progresivamente del equilibrio la inestabilidad que se desarrolla es proporcionalmente intensa a ese alejamiento, mientras que en el caso no lineal no existe esa proporcionalidad y el sistema puede desarrollar una inestabilidad violenta cuando la excursión supera cierto límite, pasando de estable a inestable o viceversa [69] [70].

En el equilibrio MHD las ecuaciones que describen el sistema han de cumplir que $\partial/\partial t = 0$, por tanto:

$$\vec{\nabla} p = \vec{j} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

La primera ecuación expresa un balance entre la fuerza debida a los gradientes de presión que tienden a desconfinar el plasma, frente a la fuerza de Lorentz que trata de retenerlo. La presencia de este gradiente de presiones a lo largo del campo magnético genera una corriente diamagnética que balanceará las fuerzas deteniendo el movimiento de los elementos del fluido. A su vez se sabe que tanto la densidad de corriente \vec{j} como el campo magnético \vec{B} son perpendiculares al $\vec{\nabla} p$, por lo que ambas yacen sobre superficies de presión constante. Esto implica que las líneas de campo y corriente no se intersecarán con superficies de presión constante, figura 2.1.

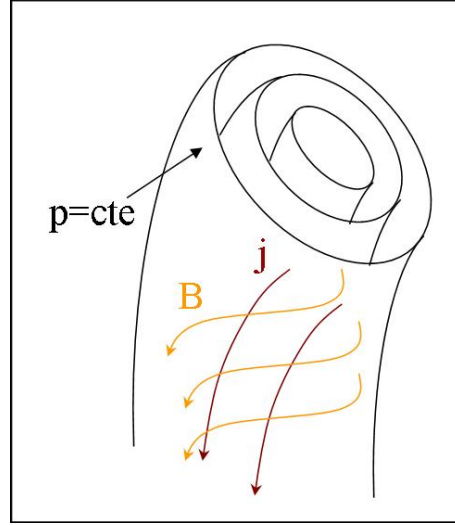


Figura 2.1: Representación del vector de campo magnético y de densidad de corriente sobre superficies magnéticas

La segunda ecuación relaciona el campo magnético con la densidad de corriente y la tercera indica que la divergencia del campo magnético es nula, es decir, que no se crean ni destruyen líneas de campo.

Una vez que se ha definido el equilibrio el siguiente paso es estudiar su estabilidad, es decir, conocer si el sistema es propenso a sufrir inestabilidades que modificarán su naturaleza o si, por el contrario, toda perturbación será rápidamente amortiguada y el equilibrio no sufrirá ninguna variación. Este conocimiento es de vital importancia si se pretende trabajar con un plasma confinado magnéticamente, ya que un equilibrio inestable se desestabilizará con facilidad afectando al confinamiento del propio plasma. Cuando en un plasma de fusión aparecen inestabilidades, la operación del dispositivo puede llegar a descontrolarse y provocar el completo desconfinamiento del plasma, como sucede en las disrupciones, un fenómeno propio de las configuraciones Tokamak [71]. Por fortuna no siempre la actividad es tan violenta, existen perturbaciones de menor cuantía que conducen solo a la pérdida de eficiencia del dispositivo, limitando parámetros de operación como la cantidad de corriente inducida al plasma, el volumen de plasma, la densidad máxima del plasma o la beta del sistema entre otros muchos ejemplos [72].

Las inestabilidades más importantes en un dispositivo de fusión termonuclear son causadas por la acción de las corrientes, tanto en la dirección de las líneas de campo como en la perpendicular a éstas. Dada la naturaleza del LHD, la densidad de corriente en la dirección de las líneas de campo es mucho menor que en un dispositivo tipo Tokamak, pero no así la perpendicular, inducida por los gradientes de presión que se generan siempre que se pretende confinar un plasma: $\vec{J}_\perp \propto \vec{\nabla}p \wedge \vec{B}$, y son una fuente de energía libre que favorece el desarrollo de inestabilidades.

Entre las inestabilidades inducidas por gradientes de presión se encuentran dos tipos: los modos *ballooning* y modos de intercambio. Se caracterizan atendiendo a sus similitudes y diferencias:

- Ambas inestabilidades se desarrollan principalmente a lo largo de la línea de campo, siendo mucho más extensas en esta dirección que en su perpendicular. Esto posibilita definir dos escalas de longitud diferenciadas y aplicar aproximaciones que simplifican el análisis.
- Los modos de intercambio están extendidos a lo largo de toda la línea de campo magnético y solo sufren el efecto promediado de la curvatura, mientras que los modos ballooning están localizados a lo largo de las líneas de campo y pueden excitarse en regiones de curvatura local desfavorable.

Los principios que se exponen a continuación sobre el cálculo de la estabilidad están precisamente desarrollados en la referencia [44].

Para estudiar la estabilidad del sistema se toman las variables definidas en el modelo MHD y se escriben como la suma de dos términos, uno de equilibrio y otro dinámico (o término de la perturbación):

$$A(s, \theta, \zeta, t) = A_0(s, \theta, \zeta) + \tilde{A}(s, \theta, \zeta, t)$$

donde $A_0 \gg \tilde{A}$, es decir, la desviación de su valor en el equilibrio ha de ser pequeña. El valor de la variable depende del sistema de coordenadas adoptado, en este caso (s, θ, ζ) se refiere a las coordenadas de Boozer [73], comentadas en el Apéndice A. La manera más genérica de describir una perturbación para la variable A es:

$$\tilde{A}(s, \theta, \zeta, t) = \hat{A}(s, \theta, \zeta) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

donde $-i\omega = \gamma$ es la tasa de crecimiento de la perturbación y $\vec{k} = k_s \vec{e}_s + k_\theta \vec{e}_\theta + k_\zeta \vec{e}_\zeta$ su vector de onda asociado, cumpliéndose la relación $\vec{k} \cdot \vec{r} = k_s s + k_\theta \theta + k_\zeta \zeta$.

Suponiendo que los modos son discretos y con autofrecuencias distinguibles como sucede en equilibrios homogéneos, ocurre que si $Im\omega > 0$ la perturbación es exponencialmente inestable. Si $Im\omega = 0$ el equilibrio es marginalmente estable y cuando $Im\omega < 0$ será estable [74].

A continuación se introduce el llamado principio de energía, herramienta matemática que permite conocer si un modo de naturaleza MHD será linealmente inestable en una geometría tridimensional cualquiera. Partiendo de la definición del vector desplazamiento $\vec{v} = \partial \vec{\xi} / \partial t$, se redefinen las variables perturbadas representando cualquier modificación del plasma como un estado fuera de la posición de equilibrio inducido por una perturbación:

$$\begin{aligned}
\tilde{\rho} &= -\vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{\xi}) \\
\tilde{p} &= -\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} p_0 - \Gamma p_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{\xi} \\
\vec{\tilde{B}} &= \vec{\nabla} \wedge (\vec{\xi} \wedge \vec{B}_0)
\end{aligned}$$

donde $\Gamma = C_p/C_v$ es la razón entre los calores específicos.

Es necesario hacer notar que se parte de un problema de valor inicial, por lo que se ha de definir un equilibrio de partida sobre el que se induce la perturbación, por tanto se impone unas condiciones iniciales:

$$\begin{aligned}
\tilde{\xi}(s, \theta, \zeta, 0) = \vec{\tilde{B}}(s, \theta, \zeta, 0) = \tilde{\rho}(s, \theta, \zeta, 0) = \tilde{p}(s, \theta, \zeta, 0) = 0 \\
\left(\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial t} \right)_{t=0} = \tilde{v}(s, \theta, \zeta, 0) \neq 0
\end{aligned}$$

Es decir, el sistema parte del equilibrio y tras sufrir una pequeña perturbación se aleja de éste a una velocidad $\tilde{v}(s, \theta, \zeta, 0)$. Dadas las definiciones anteriores, se sustituye la expresión del vector de desplazamiento en la ecuación del movimiento obteniendo una ecuación de evolución para $\vec{\xi}$:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = F(\vec{\xi})$$

siendo $F(\vec{\xi})$ un operador autoadjunto, es decir, para todo modo normal discreto su autovalor es un real [61]. Esto implica que, en términos de estabilidad exponencial, $\omega^2 > 0$ corresponde a un fenómeno puramente oscilatorio y estable por definición, mientras que $\omega^2 < 0$ se encuentra en una región del espectro asociada a inestabilidad. La expresión concreta del operador $F(\vec{\xi})$ es:

$$F(\vec{\xi}) = \vec{j}_0 \wedge \vec{\tilde{B}} + \vec{j} \wedge \vec{B}_0 - \vec{\nabla} \tilde{p}$$

Dado que $F(\vec{\xi})$ es un operador autoadjunto el problema se puede reformular como un principio variacional [75]. Si la ecuación de evolución de $\vec{\xi}$ se multiplica por su complejo conjugado e integra a todo el volumen, se obtiene que:

$$\omega^2 = \frac{\delta W(\vec{\xi}^*, \vec{\xi})}{K(\vec{\xi}^*, \vec{\xi})}$$

donde:

$$\delta W(\vec{\xi}, \vec{\xi}^*) = -\frac{1}{2} \int \vec{\xi}^* \cdot F(\vec{\xi}) dV \equiv \text{proporcional al cambio de la energía potencial asociada al desplazamiento.}$$

$$K(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}) = \frac{1}{2} \int \rho |\vec{\xi}|^2 dV \equiv \text{proporcional a la energía cinética.}$$

El principio variacional indica que, para cualquier posible función $\vec{\xi}$ donde ω^2 sea un valor extremal, $\vec{\xi}$ será una autofunción y ω^2 un autovalor de la ecuación de evolución de $\vec{\xi}$. La auténtica definición del principio de la energía se adopta como simplificación de este problema, puesto que el conocimiento de si un sistema es o no estable no exige saber el valor exacto de las tasas de crecimiento, es suficiente estudiar si la energía potencial asociada a un desplazamiento es positiva, $W(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}) \geq 0 \Rightarrow$ estabilidad. El equilibrio es estable si tras sufrir un desplazamiento hay un aumento de la energía potencial, por tanto el sistema está en un estado menos favorecido energéticamente y tratará de recuperar su estado original.

El funcional de la energía potencial se puede reescribir de manera que cada término sea interpretable físicamente:

$$\begin{aligned} \delta W(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}) = & \frac{1}{2} \int d\vec{r} \left[\frac{\vec{Q}_\perp^2}{\mu_0} + \frac{B^2}{\mu_0} \left| \vec{\nabla} \cdot \vec{\xi}_\perp + 2\vec{\xi}_\perp \cdot \vec{\kappa} \right|^2 + \Gamma p |\vec{\nabla} \cdot \vec{\xi}|^2 \right. \\ & \left. - 2(\vec{\xi}_\perp \cdot \vec{\nabla} p)(\vec{\kappa} \cdot \vec{\xi}_\perp^*) - \vec{J}_\parallel \cdot (\vec{\xi}_\perp^* \wedge \vec{B}) \cdot \vec{Q}_\perp \right] \end{aligned}$$

donde $Q_\perp = [\vec{\nabla} \wedge (\vec{\xi}_\perp \wedge \vec{B})]_\perp$. $\vec{\kappa} = (\vec{b} \cdot \vec{\nabla})\vec{b}$ es el vector de curvatura de las línea magnéticas, siendo \vec{b} el vector unitario sobre la línea magnética. Los tres primeros términos son estabilizantes ya que consumen la energía disponible en el sistema:

$$|\vec{Q}_\perp^2| \equiv \text{energía necesaria para doblar las líneas de campo.}$$

$$\frac{B^2}{\mu_0} \left| \vec{\nabla} \cdot \vec{\xi}_\perp + 2\vec{\xi}_\perp \cdot \vec{\kappa} \right|^2 \equiv \text{energía necesaria para comprimir las líneas de campo magnético.}$$

$$\Gamma p |\vec{\nabla} \cdot \vec{\xi}|^2 \equiv \text{energía necesaria para comprimir el plasma.}$$

Los dos últimos son desestabilizantes y pueden nutrir de energía a inestabilidades:

$$\begin{aligned} 2(\vec{\xi}_\perp \cdot \vec{\nabla} p)(\vec{\kappa} \cdot \vec{\xi}_\perp^*) & \equiv \text{energía disponible debido a corrientes perpendiculares,} \\ \text{con } \vec{\nabla} p & = \vec{j}_{0\perp} \wedge \vec{B}_0. \end{aligned}$$

$$\vec{J}_\parallel \cdot (\vec{\xi}_\perp^* \wedge \vec{B}) \cdot \vec{Q}_\perp \equiv \text{energía disponible debido a corrientes paralelas.}$$

Si el término de inestabilidad dominante es el primero, entonces la inestabilidad es inducida por gradientes de presión, mientras que si es la segunda, será inducida por corrientes. Dada la naturaleza del dispositivo LHD, las inestabilidades debidas a corrientes paralelas son mucho menos importantes que las inducidas por gradiente de presión, puesto que no hay una corriente paralela neta en el plasma. En

consecuencia el estudio se centra en las inestabilidades por gradiente de presión. Analizando el término desestabilizante $2(\vec{\xi}_\perp \cdot \vec{\nabla} p)(\vec{\kappa} \cdot \vec{\xi}_\perp^*)$, son los elementos $\vec{\nabla} p$ y $\vec{\kappa}$ los que, dependiendo de su orientación y magnitud, puedan hacer que el valor de $\delta W(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}) < 0$ y generar inestabilidades. En el LHD existen regiones donde los valores y sentido de $\vec{\nabla} p$ y $\vec{\kappa}$ son suficientemente desfavorables como para que se exciten inestabilidades, limitando los parámetros de operación del dispositivo y en definitiva su capacidad de confinamiento, que en nociones de eficiencia se corresponde con la β crítica que puede alcanzar el sistema antes de que se existan inestabilidades.

Los modos debidos a gradientes de presión se dividen en dos grandes grupos:

- Modos de intercambio o Mercier; similares a inestabilidades de Rayleigh-Taylor pero en vez de ser inducidas por efecto de la gravedad es la curvatura del campo magnético confinante quien los excita. Esta inestabilidad tiene lugar cuando dos líneas de campo magnético intercambian posiciones, es decir, cuando el balance de fuerzas entre la tensión de las líneas de campo, que tienden a acortar su tamaño, y la fuerza debido al gradiente de presión, que pretende extenderlas hacia el exterior del toro, se desestabiliza y provoca que líneas consecutivas lleguen a intercambiarse, rebajando así la energía potencial del sistema. Este tipo de modos son casi constantes a lo largo de la línea de campo cuyo pando es casi nulo, $\vec{Q}_\perp \approx 0$, además de estar muy localizados sobre las superficies racionales compartiendo su helicidad. Para estabilizar este tipo de modos se busca mediante el diseño de los dispositivos que el pozo magnético, o lo que es lo mismo, la curvatura media sea favorable ya que al ser modos que están extendidos a lo largo de toda la línea de campo, el efecto local de regiones de mala curvatura magnética es compensado por las regiones con buena curvatura. Otra manera de evitar esta inestabilidad consiste en generar una cizalla magnética intensa, es decir, causar que la diferencia entre la iota de dos superficies magnéticas consecutivas sea grande evitando el intercambio de líneas de campo. La estabilidad de estos modos se puede calcular mediante el criterio de Suydam en configuraciones cilíndricas y mediante el criterio de Mercier para configuraciones toroidales.
- Modos ballooning; en un dispositivo toroidal se alternan regiones de buena y mala curvatura, por lo que cabe la posibilidad de que un modo esté localizado plenamente en una región de mala curvatura y sea desestabilizado, apesar de que la curvatura media del dispositivo es favorable. Este tipo de modos son mucho más extensos radialmente y no preservan la helicidad de la superficie racional más próxima. La longitud de onda de estos modos es larga en la dirección paralela al campo pero corta en su perpendicular, por lo que se pueden aplicar aproximaciones en su estudio, pasando de una geometría tridimensional a una descripción unidimensional sobre cada superficie de flu-

jo, de donde se deduce la llamada ecuación ballooning. De esta ecuación se obtiene como caso límite el criterio de Mercier cuando se consideran solo los valores promediados sobre las superficies de flujo, por lo que el efecto local de la curvatura no se contempla, solo su valor promediado sobre toda la línea de campo; por tanto se puede afirmar que la condición de estabilidad ballooning es más restrictiva, y por ende, será la que dicte la capacidad del dispositivo para confinar el plasma desde el punto de vista de la MHD.

Estos principios sobre equilibrio y estabilidad son los fundamentos en los que se basan los códigos VMEC [85], FAR-3D [121] y Hn-bal [77] [87]. En el Apéndice C se resumen brevemente sus características.

2.3. Ecuación ballooning ideal

La ecuación ballooning se deduce a partir de las ecuaciones de la MHD ideal, en concreto, de la ecuación linealizada del momento:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{j} \wedge \vec{B} + \vec{j} \wedge \vec{B} - \vec{\nabla} \tilde{p}$$

Se reescribe la ecuación en términos del vector \vec{K} , que se define como:

$$\vec{K} = \vec{\nabla} \wedge (\vec{\xi} \wedge \vec{B}) + \frac{\mu_0 \vec{j} \wedge \vec{\nabla} \psi}{|\vec{\nabla} \psi|^2} (\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} \psi)$$

donde $2\pi\psi$ es el flujo toroidal. Se obtiene que:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = & \frac{1}{\mu_0} (\vec{\nabla} \wedge \vec{K}) \wedge \vec{B} + \vec{j} \wedge \left(\vec{K} - (\vec{K} \cdot \vec{\nabla} \psi) \frac{\vec{\nabla} \psi}{|\vec{\nabla} \psi|^2} \right) + \vec{\nabla} (\Gamma p \vec{\nabla} \cdot \vec{\xi}) \\ & + (\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} \psi) \left[\vec{\nabla} p' + \frac{\mu_0 \vec{j}^2}{|\vec{\nabla} \psi|^2} \vec{\nabla} \psi - \left(\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{j} \wedge \vec{\nabla} \psi}{|\vec{\nabla} \psi|^2} \right) |\vec{\nabla} \psi|^2 \wedge \vec{B} \right] \end{aligned}$$

según la representación eikonal, que tiene en cuenta la disparidad entre el tamaño de las longitudes de onda en dirección perpendicular y paralela al campo magnético, el vector desplazamiento se puede escribir como:

$$\tilde{\xi}(\vec{r}, t) = \hat{\xi}(\vec{r}) e^{\frac{i}{\epsilon} [\hat{S}(\vec{r}) - i\omega t]}$$

donde $\vec{k}_\perp(\vec{r}) = \vec{\nabla} S(\vec{r})$ es el vector de onda perpendicular, con $\vec{B} \cdot \vec{\nabla} S = 0$ y

$\epsilon \ll 1$. $\hat{S}(\vec{r})$ representa la longitud que varía rápidamente mientras que $\hat{\xi}(\vec{r})$ recoge la escala de variación lenta. Para poder utilizar esta expresión respetando la condición de periodicidad toroidal y poloidal dada por la geometría, hay que aplicar primero la llamada transformación ballooning [132].

A partir del desarrollo anterior se llega finalmente a la forma vectorial de la ecuación ballooning:

$$\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{|\vec{k}_\perp|^2}{B^2} \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \hat{\xi} \right) = -\frac{2}{B^2} \hat{n} \wedge \vec{k}_\perp \cdot \vec{\kappa} \hat{n} \wedge \vec{k}_\perp \cdot \vec{\nabla} p \hat{\xi} - \frac{\rho_m}{B^2} \omega^2 |\vec{k}_\perp|^2 \hat{\xi}$$

donde $\hat{n} = \vec{B}/|\vec{B}| \equiv$ vector unitario a lo largo de la línea de campo.

La energía potencial correspondiente a la forma variacional de la ecuación anterior es [44]:

$$\delta W = \frac{1}{2} \int d\tau \left[|\vec{k}_\perp|^2 (\hat{n} \cdot \vec{\nabla} \hat{\xi})^2 - \frac{1}{B^2} \hat{n} \wedge \vec{k}_\perp \cdot \vec{\kappa} \wedge \hat{n} \wedge \vec{k}_\perp \cdot \vec{\nabla} p \hat{\xi}^2 \right]$$

representa la pugna entre el efecto estabilizador del pandeo de la línea de campo frente al efecto desestabilizador del gradiente de presión cuando la curvatura magnética es desfavorable.

La expresión de la magnitud $|\vec{k}_\perp|$ se puede escribir de manera que exista una dependencia directa con llamada cizalla magnética local, que se expresa en coordenadas de Boozer como [76]:

$$\hat{s} = \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} \psi}{|\vec{\nabla} \psi|^2} \cdot \vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} \psi}{|\vec{\nabla} \psi|^2} \right)$$

La curvatura se puede reescribir como:

$$\vec{\kappa} = \kappa_n \frac{\vec{\nabla} \psi}{2\psi} + \kappa_g (\mathbf{t} \vec{\nabla} \zeta - \vec{\nabla} \theta)$$

donde:

$$\kappa_n = \frac{2\psi}{B^2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(p + \frac{B^2}{2} \right) + \frac{\psi B^2 \beta_N}{J} \frac{dp}{d\psi} \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \mathbf{t} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \left(\frac{1}{B^2} \right) \equiv \text{curvatura normal.}$$

$$\kappa_g = \frac{B^2}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{B^2} \right) \equiv \text{curvatura geodésica.}$$

La ecuación ballooning se puede escribir de una manera más conveniente utilizando un sistema de coordenadas sobre la línea de campo (ψ, η, α) que está directamente relacionado con las coordenadas de Boozer, tal y como se indica en el Apéndice B donde se hace un resumen de los sistemas de coordenadas más

convenientes para el presente estudio. Como se van a estudiar equilibrios donde el Shafranov shift es muy intenso es recomendable utilizar un tipo de representaciones donde las líneas de campo magnético no son rectas, al contrario que en las coordenadas Boozer, puesto que ciertas variables como la cizalla local serán más fácilmente manejables. La nueva expresión de la ecuación ballooning es [77]:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(|\vec{k}_\perp|^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \Phi \right) + \Omega^2 \left(\frac{\langle B^2 \rangle}{B^2} \right)^2 |\vec{k}_\perp|^2 \Phi + \frac{2}{B_0} \left(\frac{J}{\iota B} \right)^2 \frac{dp}{d\psi} \left(\kappa^n - \kappa_g \int_\eta \hat{s} d\eta \right) \Phi = 0$$

donde:

$$\Omega = \omega \tau_A \equiv \text{autovalor normalizado al tiempo de Alfvén.}$$

$$\tau_A^2 = \rho_m / [2\pi(\iota d\Phi_T/dV)] \equiv \text{tiempo de Alfvén.}$$

$$\Phi_T = 2\pi\psi \equiv \text{flujo toroidal.}$$

$$\kappa^n = \frac{2\psi \vec{\kappa} \cdot \vec{\nabla} \psi}{|\vec{\nabla} \psi|^2} = \kappa_n + \kappa_g \frac{2\psi g_{\psi\theta}}{g_{\theta\theta}} \equiv \text{forma contravariante de la curvatura}$$

La cizalla local se puede escribir en términos de la cizalla global y una cizalla oscilante $\hat{s} = s + \tilde{s}$, donde:

$$s = \frac{2\psi}{\tau} \frac{d\tau}{d\psi} \quad \tilde{s} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{2\psi g_{\psi\theta}}{g_{\theta\theta}} \right)$$

siendo g_{ij} el tensor métrico respecto a las coordenadas de Boozer ($i, j = \psi, \theta, \zeta$). La integral sobre la línea de campo vendrá dada por la expresión:

$$\int_\eta \hat{s} d\eta = s(\eta - \theta_k) + \frac{2\psi g_{\psi\theta}}{g_{\theta\theta}}$$

donde θ_k es el número de onda radial asociado a la transformada eikonal.

El vector de onda perpendicular se escribe como:

$$|\vec{k}_\perp|^2 = \frac{|\vec{\nabla} \psi|^2}{2\psi B_0} \left[\left(\frac{2\psi B}{|\vec{\nabla} \psi|^2} \right)^2 + \left(\int_\eta \hat{s} d\eta \right)^2 \right]$$

Los modos ballooning se caracterizan por ser inestabilidades de carácter local, por lo que su estudio ha de desarrollarse partiendo de variables locales que recojan el comportamiento del plasma en localizaciones predisuestas a excitar este tipo de actividad. El término desestabilizador pondera la acción local del gradiente de presiones y la curvatura que, dependiendo de su valor y tras superar cierto umbral crítico, puede llegar a dominar frente al término estabilizador. El término estabilizador a su vez está caracterizado por dos elementos principales, la estructura local de las superficies de flujo y la cizalla local. La estructura local de las superficies de flujo $\vec{\nabla} \psi$ indica el grado de compresión local que sufren las superficies

de flujo, factor estabilizador de los modos ballooning en equilibrios con Shafranov shift intensos, tal y como se comprueba al desarrollar el término donde aparece la cizalla local en la expresión para \vec{k}_\perp :

$$\frac{|\vec{\nabla}\psi|^2}{2\psi B_0} \left(\int_\eta \hat{s} d\eta \right)^2 = \frac{1}{2\psi B_0} \left[s(\eta - \theta_k) |\vec{\nabla}\psi| + \frac{2\psi g_{\psi\theta}}{g_{\theta\theta}} |\vec{\nabla}\psi| \right]^2$$

donde θ_k es el índice que indica en que lugar a lo largo de la línea de campo está localizado el modo ballooning. Respecto a la cizalla local, si se opera sobre la expresión de \vec{k}_\perp , se observa como $\vec{\nabla}\psi$ amplificará o reducirá el término estabilizador $s(\eta - \theta_k)$:

$$|\vec{k}_\perp|^2 = \frac{|\vec{\nabla}\psi|^6}{8(\psi B_0)^3} \left[1 + \left(\frac{|\vec{\nabla}\psi|^2}{2\psi B} \right)^2 \left(\int_\eta \hat{s} d\eta \right)^2 \right]$$

Si identificamos el término $\Theta = \int_\eta \hat{s} d\eta$, entonces se puede afirmar que $|\vec{k}_\perp|^2$ tendrá una aportación estabilizadora nula por parte de la cizalla magnética cuando Θ^2 sea mínimo. A este resultado se le añade el hecho de que la cizalla magnética local está compuesta por dos elementos, la cizalla global y un término oscilante, cuyo comportamiento variará significativamente en la presencia de un intenso Shafranov shift, efecto que será mayor según la β del sistema aumente.

2.4. Equilibrios con el eje magnético desplazado

El dispositivo LHD en configuraciones outward sufre un intenso Shafranov shift y las superficies magnéticas estarán fuertemente deformadas, figura 2.2, modificación que es mantenida por la corriente de Pfirsch-Schlüter. Tanto los perfiles de la transformada rotacional como de la cizalla magnética global se modificarán afectando a las propiedades de estabilidad del plasma.

En el caso de un heliotrón planar con un Shafranov Shift intenso, la cizalla local se aproxima en coordenadas de Shafranov (r_s, θ_s, ζ_s) (apéndice B) mediante la siguiente expresión analítica:

$$\hat{s} = s - \alpha \left(1 + 3s + \frac{r_s \beta''}{\beta'} \right) \cos \theta_s$$

siendo $\alpha \propto (-\Delta q) \approx (-R_0/4t^2)\beta' > 0 \equiv$ parámetro de Shafranov Shift.

El vector de onda perpendicular es:

$$|\vec{k}_\perp|^2 = 1 + \left(\int_0^{\theta_s} \hat{s} d\theta_s \right)^2$$

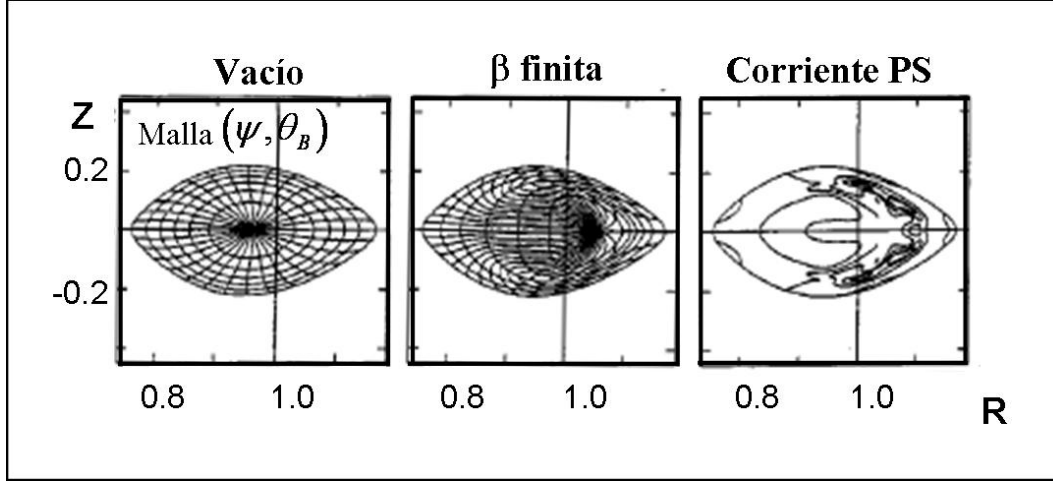


Figura 2.2: Deformación de las superficies magnéticas por acción del Shafranov Shift. Mallado en coordenadas Boozer (ψ, θ_B) para el vacío y β finita. Corriente Pfirsch-Schlüter para β finita.

con:

$$\int_0^{\theta_s} \hat{s} d\theta_s = s(\theta_s - \theta_k) - \alpha \left(1 + 3s + \frac{r_s \beta''}{\beta'} \right) \cos \theta_s$$

La presión crítica a partir de donde los efectos estabilizadores de la cizalla local desaparece es [78]:

$$\beta_c = -\frac{4t^2}{R_0 f'(r_s)} \frac{s}{1 + 3s + \frac{r_s f''(r_s)}{f'(r_s)}}$$

siendo $\beta = \beta_0 f(r_s)$.

Cuanto la beta del sistema se incrementa la transformada rotacional también crece cerca del eje magnético, provocando que el perfil de la iota decrezca en la región intermedia del plasma antes de recuperar su crecimiento en la periferia. Debido a este fenómeno el perfil de la cizalla magnética global también cambiará. En el LHD se observan dos regiones de cizalla magnética global claramente diferenciadas, figura 2.3; una donde $s < 0$ llamada de cizalla tipo Tokamak, y otra donde $s > 0$ de cizalla tipo Stellarator, entre la que se intercala una zona de cizalla nula donde la distribución de la corriente de Pfirsch-Schlüter tiene localizado su máximo.

El comportamiento de la cizalla local será determinante a la hora de analizar la estabilidad, ya que cuando $|\hat{s}| < s \Rightarrow$ excitación de inestabilidad localmente favorecida, mientras que cuando $|\hat{s}| > s \Rightarrow$ estabilidad. Para un heliotrón, la

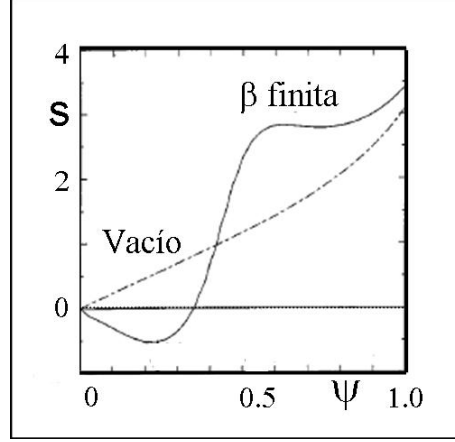


Figura 2.3: Regiones de cizalla tipo Tokamak y tipo Stellarator para el vacío y β finita.

condición $|\hat{s}| < s$ se puede cumplir tanto en regiones con cizalla tipo Tokamak como tipo Stellarator. Para la región con cizalla tipo Stellarator, el término $1 + 3s + r_s \beta''/\beta' \approx 3s < 0$ puede provocar que $|\hat{s}| < s$ y se exciten inestabilidades. En la región de cizalla tipo Tokamak, donde que $1 + 3s + r_s \beta''/\beta' > 0$, también puede suceder que $|\hat{s}| < s$.

2.4.1. Propiedades globales del equilibrio

Una variable global es aquella que tiene un valor específico sobre cada superficie magnética, como la transformada rotacional (ι), la cizalla global (s), el pozo magnético medio (V'') o el parámetro del criterio de Mercier (D_I).

Cuando en un equilibrio está presente un intenso Shafranov Shift, las superficies magnéticas se deforman y se incrementa la corriente de Pfirsch-Schlüter, definida como la corriente que se induce en el plasma cuando se impone que la corriente toroidal neta sea nula $I_t = 0$ [133]. Como la corriente de Pfirsch-Schlüter está relacionada con la deriva que sufren las partículas por la presencia de gradientes de curvatura y del propio campo magnético a lo largo de su trayectoria, la deformación de las superficies magnéticas por acción del Shafranov Shift provoca un aumento de la corriente de Pfirsch-Schlüter. La intensa deformación de las superficies magnéticas provoca que las variables globales que determinan el equilibrio se modifiquen, efecto recogido por el criterio de Mercier que se puede expresar como [76]:

$$D_I = \frac{\iota'^2}{4} - \frac{p'V'}{(2\pi)^2} \left[- \left\langle \frac{B^2}{|\vec{\nabla}\psi|^2} \right\rangle V'' + \left\langle \frac{(\vec{j} \cdot \vec{B})_{PSN}}{|\vec{\nabla}\psi|^2} \right\rangle \iota' \right]$$

$$- \left(\frac{p' V'^2}{2\pi} \right) \left[- \frac{1}{(2\pi)^2} \left\langle \frac{(\vec{j} \cdot \vec{B})_{PSN}^2}{|\vec{\nabla}\psi|^2 B^2} \right\rangle \left\langle \frac{B^2}{|\vec{\nabla}\psi|^2} \right\rangle - \left\langle \frac{(\vec{j} \cdot \vec{B})_{PSN}}{|\vec{\nabla}\psi|^2} \right\rangle^2 + \left\langle \frac{B^2}{|\vec{\nabla}\psi|^2} \right\rangle \left\langle \frac{1}{B^2} \right\rangle \right]$$

donde:

$$(\vec{j} \cdot \vec{B})_{PSN} = -2\pi \vec{B} \wedge \vec{\nabla}\psi \cdot \vec{\nabla}\tilde{\beta}_N \equiv \text{corriente de Pfirsch-Schlüter dividida por } p' \text{ con } \vec{B} \cdot \vec{\nabla}\tilde{\beta}_N = 1 - B^2/\langle B^2 \rangle, \\ \tilde{\beta}_N \text{ la beta normalizada.}$$

$$\langle f \rangle = (d/dV) \int f d\tau \equiv \text{promedio sobre la superficie de flujo.}$$

$$A' = [(1/2\pi)(d/d\psi)]A$$

$$V \equiv \text{volumen de plasma.}$$

En esta expresión el primer término es netamente estabilizante por efecto de la cizalla, mientras que en el segundo término es el signo del pozo magnético medio y de la cizalla el que determina si es estabilizante o desestabilizante. El tercer término es netamente desestabilizador debido a la acción de la corriente diamagnética y la corriente de Pfirsch-Schlüter inducida por la curvatura geodésica de las líneas de campo.

Para un heliotrón como el LHD, la contribución estabilizadora dominante cerca del eje magnético es la debida al pozo magnético, $V'' < 0$, ya que en el núcleo del plasma la cizalla global será débil, mientras que en la periferia del plasma donde $V'' > 0$ la cizalla global será el aporte estabilizador principal. La región con pozo magnético, $V'' < 0$, se identifica con una zona con curvatura magnética media favorable, mientras que una con colina magnética, $V'' > 0$, la curvatura magnética media es desfavorable.

2.4.2. Propiedades locales del equilibrio

El concepto de variable local se refiere a aquellas variables que modifican su valor a lo largo de la línea de campo, es decir, que no son constantes en cada superficie magnética como sucede con las variables globales.

Esta sección se centra en el estudio de la cizalla local, la curvatura local, la deformación local de las superficies de flujo y el vector de onda perpendicular, al ser parámetros clave a la hora de describir el comportamiento de los modos ballooning. El concepto de punto de retorno, comentado en el Apéndice B, es utilizado a lo largo del presente texto por ser una herramienta útil para analizar el comportamiento de las variables locales y su efecto sobre la estabilidad del plasma.

- Cizalla magnética local; su valor se hace nulo cerca de la periferia en la parte externa del toro debido a que la compresión que sufre el campo magnético poloidal es menor en la región donde $s > 0$, donde la transformada rotacional

aumenta, por lo que su efecto estabilizador desaparece y la excitación de inestabilidades está favorecida. Sabiendo que la componente oscilatoria de la cizalla es proporcional al tensor métrico $g_{\psi\theta}$, y que en la parte externa del toro el punto de retorno divide al plasma en dos regiones, se observa como en la zona interior del punto de retorno la distancia entre las líneas de θ_B constante crece de manera que $g_{\psi\theta} \approx C \sin \theta_B$ con $C > 0$, por lo que $\tilde{s} > 0$ y $s < 0$; por contra, fuera del punto de retorno donde la distancia entre las líneas de θ_B constante es menor, $g_{\psi\theta} \approx C \sin \theta_B$ con $C < 0$, $\tilde{s} < 0$ y $s > 0$. El comportamiento del término oscilante de la cizalla local causará, tanto en regiones con cizalla tipo Stellarator como tipo Tokamak, que el efecto estabilizador de la cizalla local desaparezca.

- Estructura de las superficies de flujo y pandeo de las líneas de campo; en la parte externa del toro las superficies de flujo están localmente comprimidas dado que el campo magnético poloidal ha sido perturbado. La variación de la estructura de las superficies de flujo se define como $|\vec{\nabla}\psi| = B(g_{\theta\theta})^{1/2}$. En la cercanía del punto de retorno las superficies de flujo sufrirán una intensa compresión, mientras que en otras regiones del plasma sucede lo contrario al imponerse la conservación del flujo total, obligando a que la región interna del toro sufra una descompresión, fenómeno que será más intenso según aumenta la beta del sistema. Como la forma de las superficies de flujo afecta directamente al factor estabilizador por pandeo de la línea de campo, éste se verá reducido a causa de la descompresión de las superficies de flujo.
- Curvatura magnética local; la curvatura local en sistemas tipo heliotrón depende fundamentalmente de dos aportaciones similares, una debida a la toroidicidad que será favorable en la parte interna del toro y desfavorable en la externa, y otra causada por la helicidad que será favorable bajo las bobinas helicoidales y desfavorable entre bobinas. La curvatura más desfavorable está localizada en las secciones poloidales elongadas horizontalmente. Aplicando el estudio sobre un sistema de coordenadas sobre la línea de campo (ψ, η, α) , como propiedad general para los dispositivos tipo heliotrón se observa que la curvatura local es muy dependiente de la línea de campo seleccionada por acción del rizado helicoidal. La curvatura local es un factor esencial a la hora de estudiar los modos ballooning, al ser el inductor de este tipo de inestabilidad en regiones con curvatura magnética local desfavorable.

Capítulo 3

Modos ballooning en configuraciones outward en el LHD

El estudio de modos ballooning en el LHD apunta a que este tipo de inestabilidades se pueden excitar incluso en la región con cizalla tipo Stellarator [77] [78]. Se ha realizado un estudio sistemático de la tasa de crecimiento de los modos ballooning para diversas configuraciones magnéticas, perfiles de presión, valores de beta y curvatura magnética. Como complemento al estudio anterior se han analizado las propiedades locales y globales del equilibrio, enfatizando en aquellas variables que afectan directamente a la estabilidad de los modos ballooning. El objetivo de este análisis es mejorar la comprensión de ciertas inestabilidades surgidas en configuraciones outward del LHD, y el estudio de las limitaciones que la excitación de los modos ballooning implica en la operación del dispositivo. Los resultados obtenidos se han aplicado al problema de los llamados colapsos de densidad, observados en el LHD para plasmas con barrera de difusión interna y núcleos super densos [96].

3.1. Introducción a los modos ballooning

La estabilidad magnetohidrodinámica es sensible a la localización del eje magnético en el dispositivo LHD [58]. La deriva relativa entre el eje magnético y la última superficie de flujo afecta a las propiedades MHD del sistema, como por ejemplo la localización del pozo magnético que modifica la estabilidad de los modos de intercambio.

En la operación del LHD han sido testadas diferentes configuraciones atendiendo a la localización del eje magnético en el vacío. La figura 3.1 recoge las propiedades MHD de configuraciones con diferente localización para el eje magnético en el vacío y valores de beta. El presente estudio se ha centrado en analizar el

comportamiento MHD en configuraciones outward y las características de las inestabilidades excitadas (región resaltada por un rectángulo verde en la figura 3.1), puesto que no existe una completa comprensión de las características de este tipo de actividad. Estudios previos relacionan esta inestabilidad con los llamados modos ballooning 3D [77] [81], originalmente predichos para configuraciones inward del LHD [82]. Estos modos ballooning se han hallado en el análisis de las inestabilidades MHD globales usando el código cas3d en el caso de configuraciones inward [83] [84].

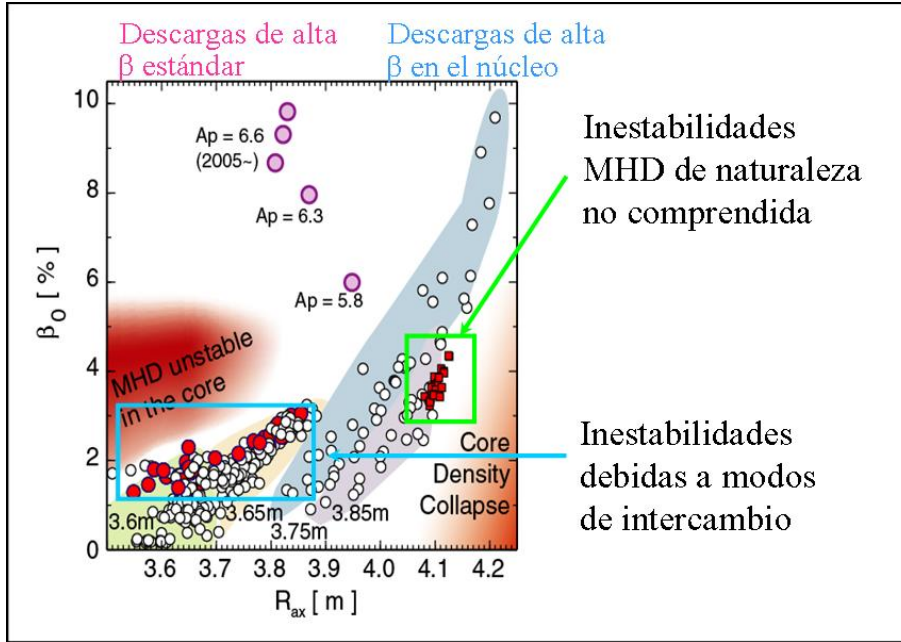


Figura 3.1: Actividad MHD para diferentes configuraciones del eje magnético en el vacío y valores de beta [80]. Cada grupo de datos con distinto sombreado representan experimentos con el eje magnético en el vacío en distintas posiciones para $R_{ax} = 3.6, 3.65, 3.75, 3.85$ m

En la elaboración del estudio se ha utilizado el código VMEC para la reconstrucción del equilibrio [85], adoptando la aproximación de frontera fija para perfiles de presión anchos $P(\psi_N) = P_0(1 - \psi_N^2)^2$ y picudos $P(\psi_N) = P_0(1 - \psi_N^2)$, desarrollando el análisis en líneas de campo magnético con propiedades de curvatura magnética diferente. Las reconstrucciones con perfil de presión ancho frente a las de perfil picudo reportan una mejor aproximación a la hora de comparar la simulación con los datos experimentales, pero en ambos casos el equilibrio es suficientemente preciso como para elaborar el estudio de estabilidad MHD con garantías de obtener resultados válidos.

El criterio de Mercier [86] y la tasa de crecimiento de los modos ballooning se estudian para cada configuración mediante el uso del código Hn-bal [77] [87], con

el fin de aportar conocimiento sobre la naturaleza de las inestabilidades excitadas.

En los heliotrones como el LHD existe un Shafranov Shift grande [79] [88], por lo que las superficies magnéticas sufrirán una intensa deformación. Las propiedades locales de la cizalla magnética y de la curvatura de las líneas de campo magnético se verán afectadas, modificando las propiedades del sistema frente a la excitación de inestabilidades directamente relacionadas con estos parámetros.

Como primera aproximación para el estudio de estabilidad recurrimos al criterio de Suydam, que presenta un comportamiento dispar para dispositivos tipo Tokamak y Stellarators. En un Tokamak, una expresión aproximada de la cizalla local se escribe como $\tilde{s} = s - \alpha \cos\theta$, donde α es el parámetro de Shafranov, existiendo regiones estables e inestables atendiendo a los valores de la cizalla y la beta del sistema, figura 3.2.

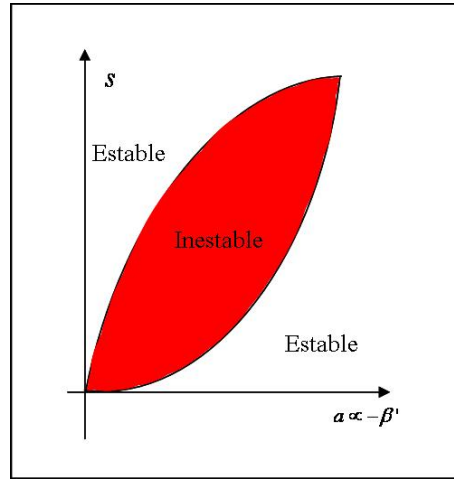


Figura 3.2: Criterio de Suydam en un Tokamak.

Para dispositivos tipo heliotrón el comportamiento de la cizalla local difiere de la de un dispositivo tipo Tokamak. En el capítulo anterior se esbozaron algunas de las propiedades de un sistema tipo heliotrón, por lo que se adoptan las definiciones allí dadas puesto que el comportamiento del LHD responde a las mismas pautas, tal y como se aprecia en el estudio de la transformada rotacional y la cizalla magnética global del sistema, figura 3.3. En esta gráfica se observa como existen dos regiones de comportamiento para la cizalla global claramente diferenciadas, tipo Tokamak $s < 0$ y tipo Stellarator $s > 0$, especialmente notable para betas altas donde el intenso Shafranov Shift modifica sustancialmente el perfil de la transformada rotacional.

En anteriores estudios para configuraciones inward del LHD [78] [82] [135] se observó que en regiones Mercier inestables podían excitarse tanto modos de intercambio (cuya extensión puede alcanzar varias vueltas en la dirección toroidal) como modos ballooning tipo Tokamak (localizados en una revolución toroidal), y

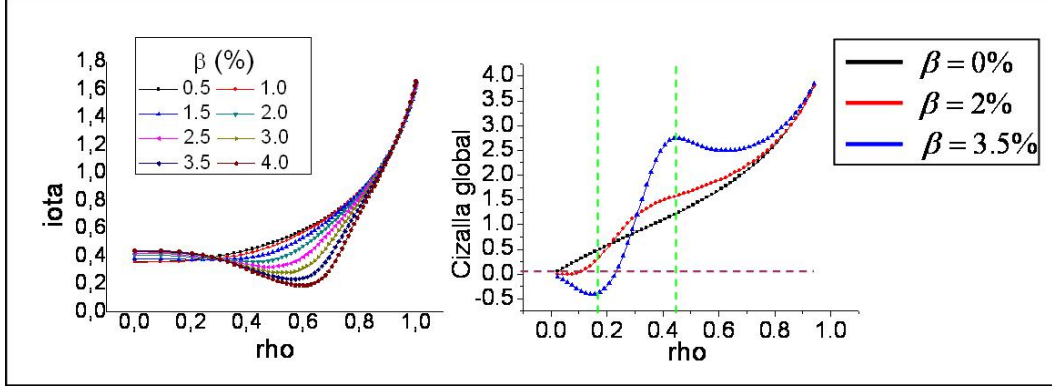


Figura 3.3: Propiedades globales del equilibrio para configuraciones inward con $R_{ax} = 3.6$ m; transformada rotacional y cizalla magnética global para diferentes valores de beta.

a betas altas modos ballooning asociados a la helicidad del dispositivo pudiendo localizarse en cada periodo del LHD. En el caso de regiones Mercier estables, solamente los modos ballooning asociados a la helicidad son desestabilizados. La gráfica 3.4 muestra como varía la tasa de crecimiento de los modos ballooning para regiones Mercier inestables (a) y estables (b) para diferentes curvaturas magnéticas. En el caso Mercier inestable, las líneas de campo con curvatura magnética desfavorable (círculo) tienen las mayores tasas de crecimiento, mientras que aquellas con curvatura magnética favorable (cuadrados) son prácticamente estables. También se observa en el caso de mala curvatura una intensa dependencia con la línea de campo (cruces), donde se estudia la tasa de crecimiento sobre diversas línea de campo definidas como $\Omega^2(\psi_N = 0.66, \theta_k = 0, \alpha = (j/5)(\pi/M))$ con $j = 1, \dots, 5$. En el caso de un equilibrio Mercier estable, a partir de la región intermedia del plasma se desarrollan inestabilidades con tasas de crecimiento elevadas.

Mediante el código global cas3d [82] se ha analizado el comportamiento de los modos de alta n en una región Mercier inestable, identificando la excitación de modos ballooning helicoidales, gráfica 3.5. En la distribución radial de los componentes de Fourier del desplazamiento normal $\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} \psi$ se aprecia un intenso acoplamiento entre modos toroidales y poloidales. Respecto a la presión perturbada, la actividad en la sección elongada horizontalmente es mayor al ser la curvatura más desfavorable, frente a la estabilidad de la sección elongada verticalmente donde la curvatura es favorable.

El objetivo de este capítulo es analizar como afecta la posición del eje magnético en el vacío frente a la estabilidad MHD del sistema, además de relacionar los modos ballooning con la actividad MHD en configuraciones outward del LHD. Para este fin se procede a analizar el comportamiento de los modos ballooning para diversas configuraciones, en particular para equilibrios con perfiles de presión anchos y

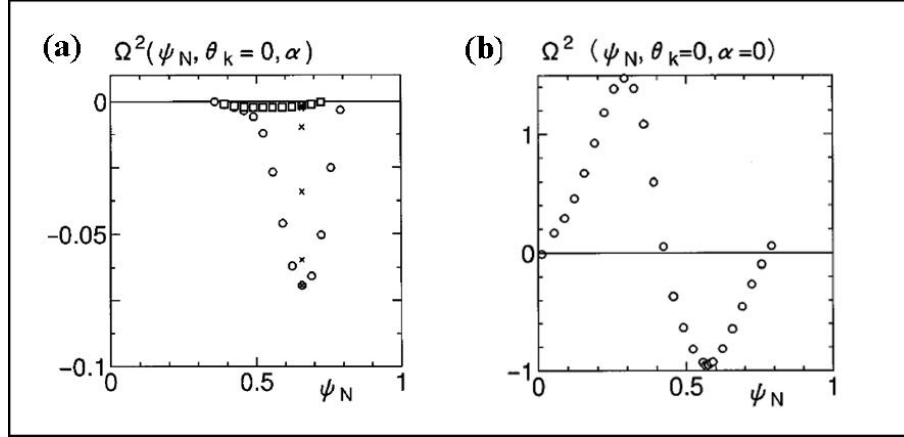


Figura 3.4: (a) Tasa de crecimiento de modos ballooning en una región Mercier inestable con perfil de presión ancho y $\beta_0 = 4\%$. Los círculos indican $\Omega^2(\psi_N, \theta_k = 0, \alpha = 0)$, mala curvatura, y los cuadrados $\Omega^2(\psi_N, \theta_k = 0, \alpha = \pi/M)$, buena curvatura. Las cruces indican $\Omega^2(\psi_N = 0.66, \theta_k = 0, \alpha = (j/5)(\pi/M))$ con $j = 1, \dots, 5$. (b) Región Mercier estable con perfil de presión picudo, $\beta_0 = 8\%$ y $(\psi_N, \theta_k = 0, \alpha = 0)$ [78].

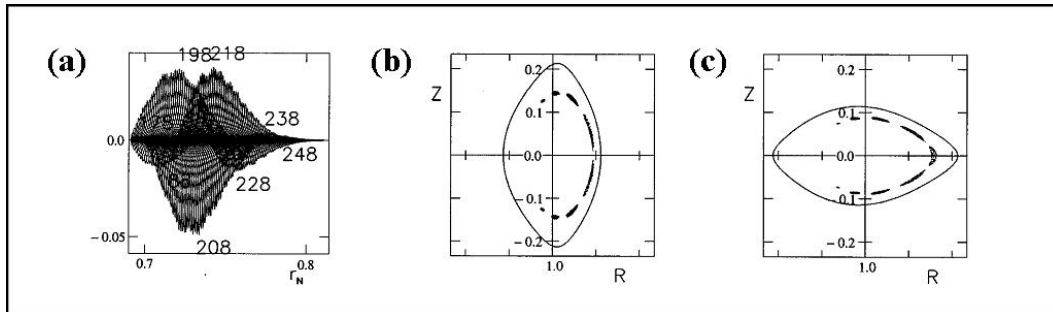


Figura 3.5: (a) Distribución radial del desplazamiento normal en serie de Fourier, contorno de la presión perturbada con la sección poloidal verticalmente (b) y horizontalmente elongada (c) [78] [82].

picudos sobre líneas de campo con curvatura magnética favorable y desfavorable para diversos valores de la beta del sistema.

En este estudio la corriente toroidal es nula y solo se tendrán en cuenta aquellas inestabilidades inducidas por gradientes de presión, por tanto se supone que el efecto desestabilizador de la corriente es despreciable en primera aproximación. En los regímenes de operación del LHD bajo estudio la corriente toroidal neta es prácticamente nula, y el estudio de la estabilidad MHD se puede limitar a los modos inducidos por gradientes de presión [106] [94]. La corriente de Bootstrap también se desprecia porque su efecto sobre la estabilidad es poco significativo en configuraciones outward [107]. La acción de los iones rápidos tampoco se contempla en primera aproximación, al ser el flujo total de iones rápidos menor en configuraciones outward que inward [108], por lo que los modos ballooning no son estabilizados como en el caso inward [109].

3.2. Plasmas con núcleos súper densos y barreras de difusión interna, colapsos de densidad

3.2.1. Introducción

Una barrera de difusión interna o IDB se forma cuando dos regiones anexas del plasma poseen parámetros como densidad o presión significativamente diferentes, existiendo fuertes gradientes entre ellas, pero que coexisten con cierto grado de independencia [89]. Esto permite aislar una región del plasma que goza de buenas propiedades frente a otras peor condicionadas [90].

Un plasma con barrera de difusión interna accede a regímenes de operación con alta densidad y beta del sistema, optimizando el funcionamiento del dispositivo al alcanzar valores superiores del triple producto de la reacción. Este tipo de configuraciones han sido estudiadas ampliamente en el LHD y son generadas mediante la rápida inyección de cápsulas de combustible o pellets en el núcleo del plasma [91] [92] [93], además de una precisa configuración del divertor [110] [111], alcanzándose valores de la densidad electrónica sobre el eje magnético de hasta $10^{21} m^{-3}$ y $\beta_0 = 4.5\%$. La IDB separa el núcleo del plasma a alta densidad de un manto de baja densidad, manteniendo en el núcleo buenas propiedades de confinamiento mientras el manto evita que el sistema sufra un colapso radiativo. Estudios previos sobre la actividad MHD indican que incluso en regiones Mercier inestables la amplitud de la inestabilidad desarrollada es menor [94], y solo es importante cuando el perfil de presión se hace muy picudo tras una intensa inyección de pellets [105]. En operaciones con barreras de difusión interna, los modos de baja n son estables en la región central [95] del plasma pero inestables en la periferia [134] [80].

Las barreras de difusión interna se forman en configuraciones outward del LHD,

pero no en configuraciones inward donde el Shafranov Shift es menos intenso y no existen gradientes tan acusados.

Para configuraciones con barrera de difusión interna, el núcleo puede operar en un régimen llamado de súper densidad o SDC, donde el confinamiento mejora sustancialmente [89] [112] [113] [114]. Este tipo de régimen de operación aúna varias características positivas que lo convierten en una configuración prometedora para futuros reactores tipo Heliofrón, pero adolece de un tipo de actividad violenta llamada colapsos de densidad o CDC [96] [110]. Es necesario estudiar los colapsos de densidad para poder evitar su excitación, dado que limitan la beta máxima a la que puede acceder el sistema, partiendo del conocimiento de que estos eventos son inducidos por inestabilidades de naturaleza MHD debidas a intensos gradientes de presión. Ha de tenerse en cuenta que debido a la presencia de un intenso Shafranov Shift, una gran parte del plasma incluida la zona donde el gradiente de presión es mayor, se encuentra en una región de pozo magnético por lo que los modos de intercambio son estables. Esto obliga a buscar otro tipo de inestabilidad MHD candidata a explicar el fenómeno, y los modos ballooning se han postulado como una opción plausible [134].

3.2.2. Colapsos de densidad y modos ballooning

En la figura 3.6 se muestra la evolución de una descarga con barrera de difusión interna y núcleo súper denso donde tiene lugar un colapso de densidad.

La inyección de pellets comienza a los 2.6 s de operación y se prolonga hasta los 2.95 s, instante en el que la integral de línea de la densidad electrónica empieza a decrecer, mientras que la energía almacena por el sistema aumenta junto con la temperatura electrónica. La energía almacenada alcanza su máximo en 3.1 s, pero la beta continúa creciendo y el perfil de presión se hace cada vez más picudo.

El sistema se desestabiliza cuando la β_0 alcanza un valor del 5 % cayendo en un 40 % tras el colapso de densidad. También tiene lugar una súbita caída de la emisión de rayos X blandos en el centro del plasma, del orden del 75 %, junto con un repunte del 75 % en la frontera, revelando el tiempo característico del colapso que es de aproximadamente 1 ms. Atendiendo a los perfiles antes y después del colapso, el valor de la beta central decrece un 25 %, por lo que el efecto del Shafranov Shift se reduce desplazándose el eje magnético en dirección inward. La densidad en el núcleo decrece casi en un 50 %, mientras que la temperatura apenas sufre modificaciones, motivo por el cual el colapso se asocia con la densidad.

Para estudiar la actividad MHD en la frontera, se estudia la emisión de rayos X blandos antes y justo durante el colapso en la periferia del plasma, figura 3.7.

El perfil de emisión de rayos X blandos en la periferia, $\rho = 0.9$, empieza a presentar cierta actividad en (t_1), pero no será hasta unos cientos de microsegundos antes del colapso (t_2) cuando su actividad se haga patente. Después de que el perfil se aplane en la zona de la periferia, la región del núcleo se desestabilizara y

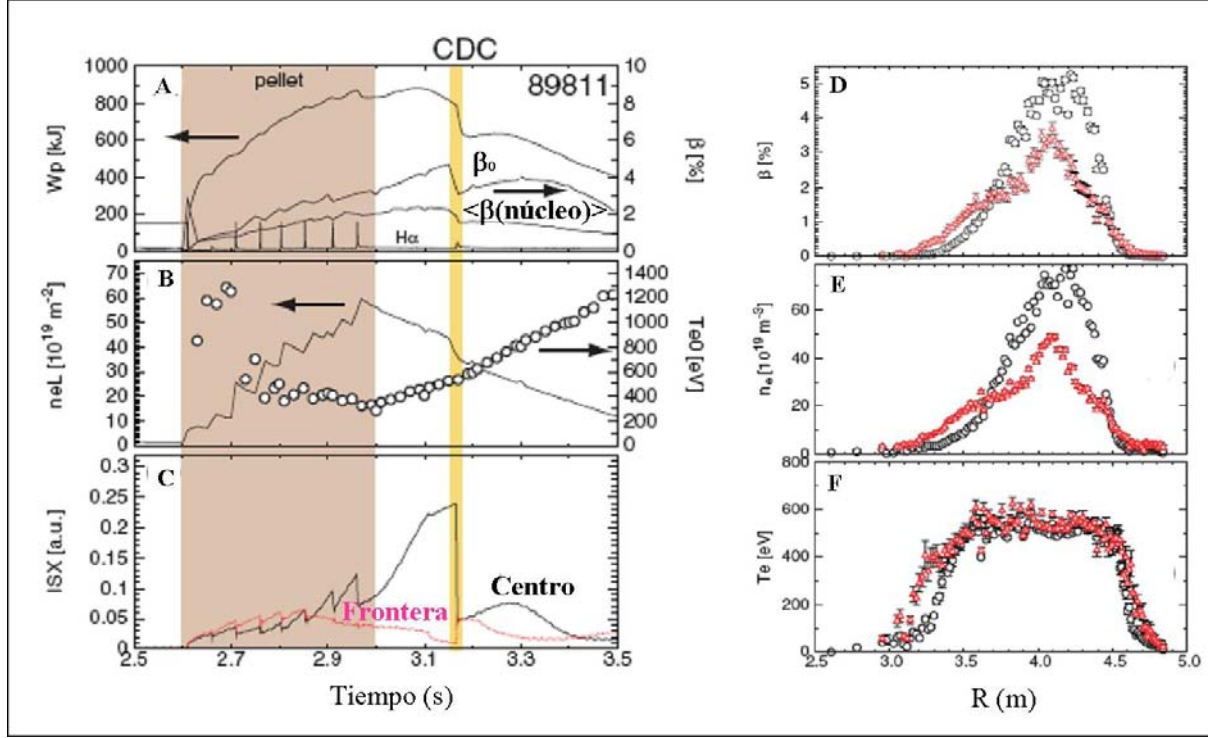


Figura 3.6: Evolución de la energía almacenada, beta central (media y sobre el eje magnético) y señal H_α (A), integral de línea de la densidad y temperatura electrónica central (B), radiación de los rayos X blandos en el centro y en la frontera (C). Gráficas D, E y F muestran respectivamente la beta, la densidad y temperatura electrónica antes (o) y después (Δ) del colapso de densidad [96].

tendrá lugar el colapso. Tras el CDC se observan picos de actividad en la periferia debidos a pequeñas cantidades de plasma expelida por el núcleo.

Si se conocen con precisión las características de un CDC, estudiando los parámetros involucrados en este fenómeno se pretende inferir los mecanismos por los que se rige esta actividad, con el fin de poder controlar o evitar sus efectos nocivos sobre el plasma. Tomando la beta del sistema y la posición del eje magnético en el vacío como parámetros principales, el espacio de operación para descargas IDB/SDC se representa en la gráfica 3.8 para campos magnéticos toroidales con $B_t = 2.0T$ tras la inyección de los pellets.

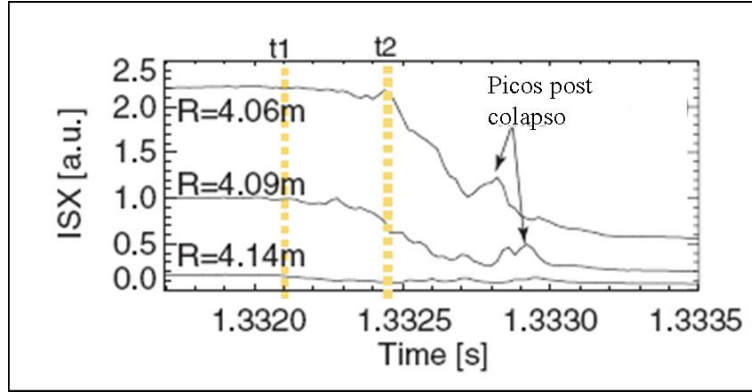


Figura 3.7: Evolución de los rayos X blandos en la periferia del plasma para 3 líneas de medida a lo largo del radio mayor del LHD. Se distinguen dos tiempos, t1 donde la actividad está comenzado y t2 donde sucede el colapso. Se señalan también picos de emisión tras el CDC [96].

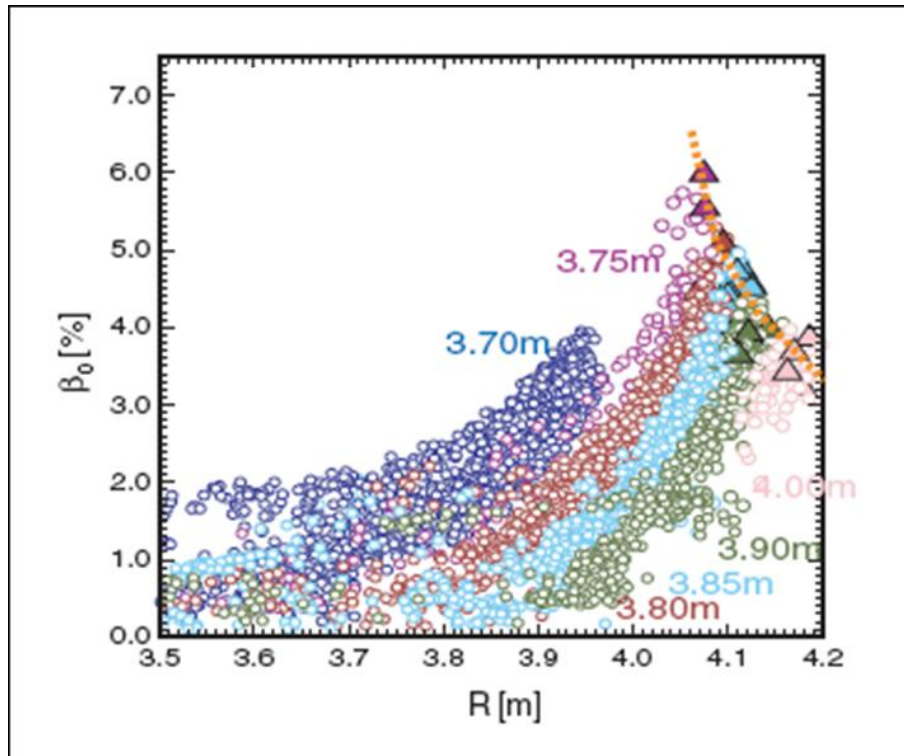


Figura 3.8: Espacio de operación para descargas tipo IDB/SDC, cada color representa una posición distinta para el eje magnético en el vacío. Los CDCs se representan por triángulos y la línea punteada indica la región de operación donde son excitados.

Este resultado anima a realizar una investigación sistemática de la actividad de los modos ballooning para diversas configuraciones del LHD, en especial para las configuraciones outward. Este tipo de estudio se desglosa en el próximo punto de esta memoria.

3.3. Actividad de los modos ballooning en el LHD. Resultados

3.3.1. Perfil de presión ancho y línea de campo con mala curvatura ($\theta_k = \alpha = 0$)

Las propiedades globales del equilibrio se han descrito mediante el comportamiento de la transformada rotacional, el pozo magnético, la cizalla global y el criterio de Mercier para equilibrios con diferente beta y localización del eje magnético en el vacío.

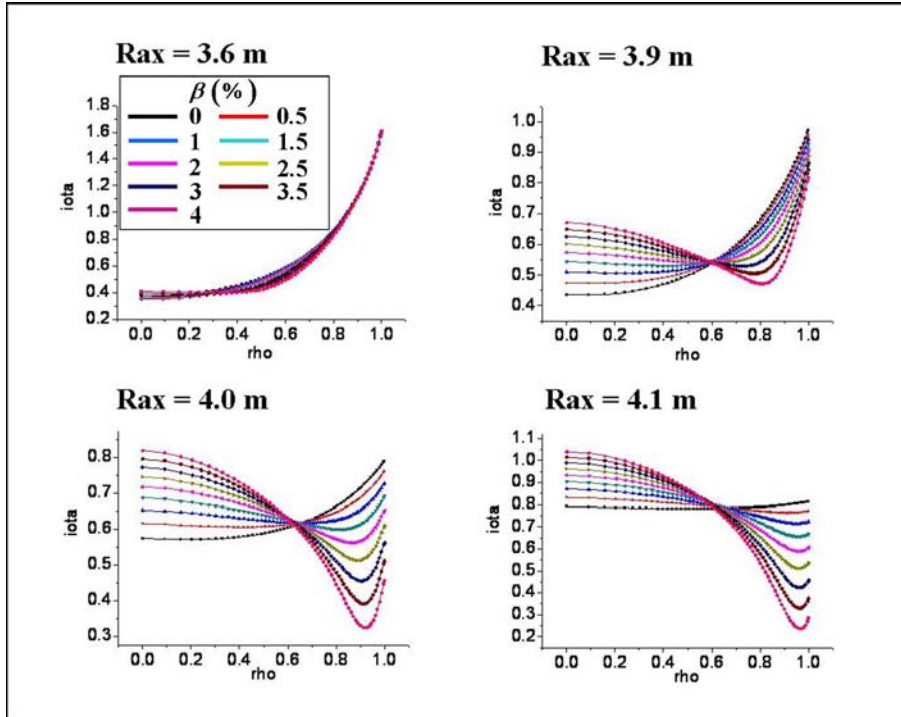


Figura 3.9: Perfiles de iota para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

La transformada rotacional, figura 3.9, varía radicalmente entre equilibrios inward y outward, diferencia que es más evidente a medida que la beta del sistema

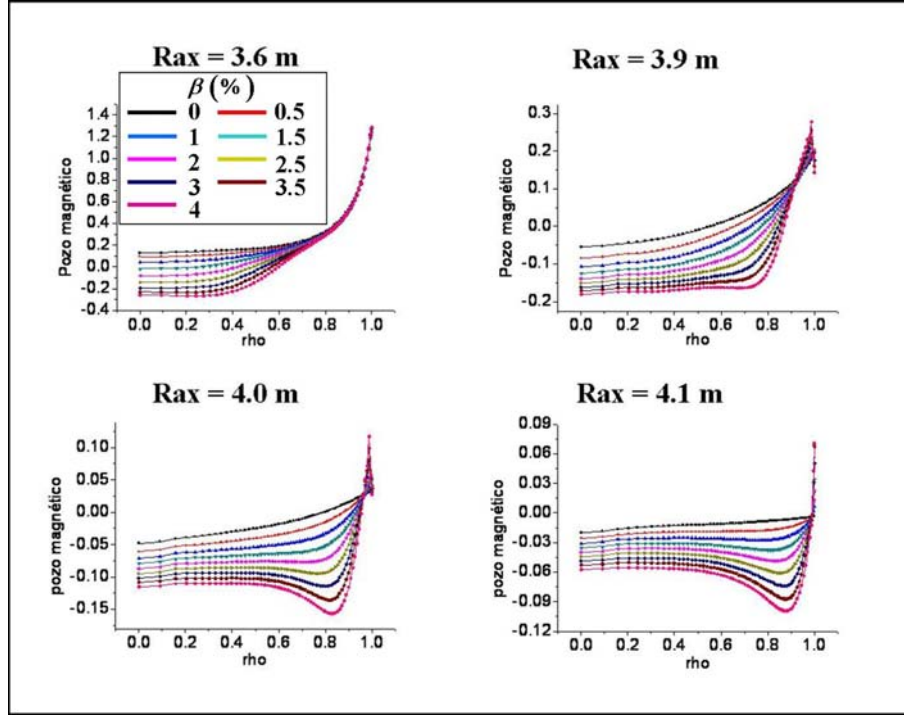


Figura 3.10: Perfiles del pozo magnético para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presiones ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

se incrementa y las superficies magnéticas sufren una mayor deformación. En configuraciones inward, aunque la beta del sistema se incrementa, el perfil de la iota aumenta desde el eje magnético hacia la frontera del plasma. Según el eje magnético se desplaza hacia el exterior del toro, para un valor de la beta del sistema suficientemente alto, se observa una inversión del perfil de iota que alcanza prácticamente la frontera del plasma.

El pozo magnético, figura 3.10, se hace cada vez más profundo según aumenta la beta del sistema. El mínimo absoluto se va trasladando hacia la frontera del plasma según el eje magnético se va desplazando hacia el exterior del toro, pero su valor absoluto decrece.

El parámetro del criterio de Mercier (DI), figura 3.11, varía notablemente de configuraciones inward a outward. Son Mercier estables aquellas configuraciones con $R_{ax} > 3.9$ m para $\beta_0 \leq 7.5\%$. En el caso de configuraciones con $R_{ax} \leq 3.9$ m sí existen regiones Mercier inestables aunque según aumenta la beta, la región inestable se desplazan hacia la periferia del plasma y reduce su zona de influencia.

En el estudio de la cizalla global para configuraciones inward, figura 3.12, según aumenta la beta del sistema el perfil de la cizalla tiende a aplanarse cerca del eje magnético, aunque no llega a decrecer y formar una región con cizalla tipo

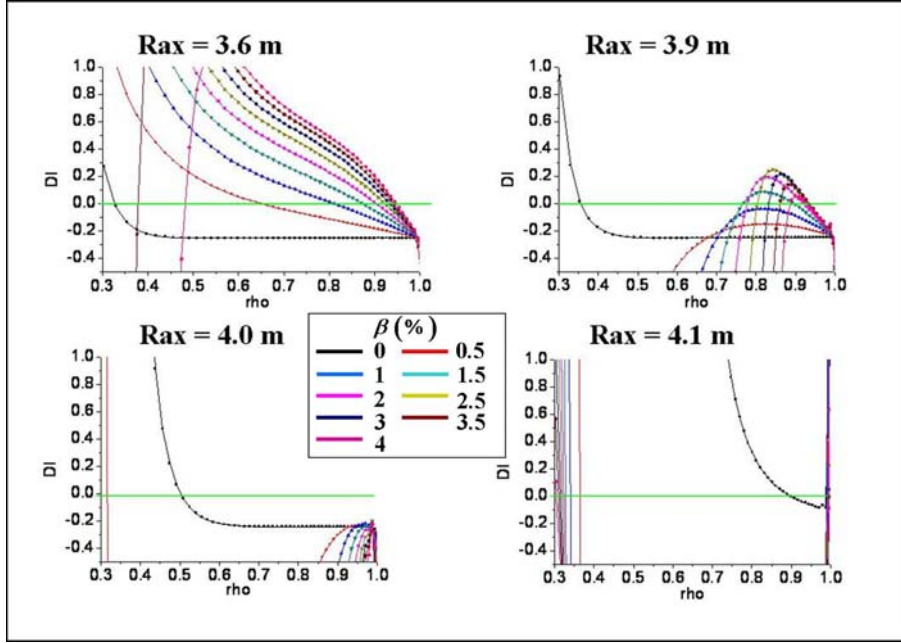


Figura 3.11: Perfiles del pozo magnético para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presiones ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

Tokamak. En el caso de la configuración outward, para $\beta \geq 2\%$, existe una zona de cizalla tipo Tokamak que se extiende casi hasta la periferia, $\rho \approx 0.8$, donde se inicia un abrupto crecimiento de la cizalla, en especial para $\beta = 3.5\%$.

A continuación se analizan las tasas de crecimiento de los modos ballooning a lo largo del radio menor para diferentes valores de β_0 , figura 3.13. En cada gráfica se representan configuraciones donde el eje magnético en el vacío se localiza entre $R_{ax} = 3.5$ y $R_{ax} = 4.1$ m, aunque esta memoria se centrará en las configuraciones outward. En cada caso se muestran líneas de tasa de crecimiento constante, junto con información sobre las principales superficies racionales, dado que su posición afecta a la estabilidad de sistema al ser zonas susceptibles de sufrir inestabilidades. También se incluye la localización del pozo magnético medio nulo, $d^2V/ds^2 = 0$, diferenciando entre regiones con buena y mala curvatura magnética. Como complemento al análisis se han añadido las líneas que describen valores contantes del parámetro de Mercier, con el fin de distinguir entre regiones inestabilidades ante modos de intercambio.

La tasa de crecimiento de los modos ballooning en $R_{ax} \leq 3.6$ m se ajustan al criterio de Mercier, pero en configuraciones outward las regiones Mercier estable presentan tasas de crecimiento no nulas, como sucede para $R_{ax} = 3.9$ m, donde la región Mercier inestable es más estrecha que la región donde los modos de alta n se desestabilizan. Para configuraciones todavía más outward, con $R_{ax} > 3.9$ m, el

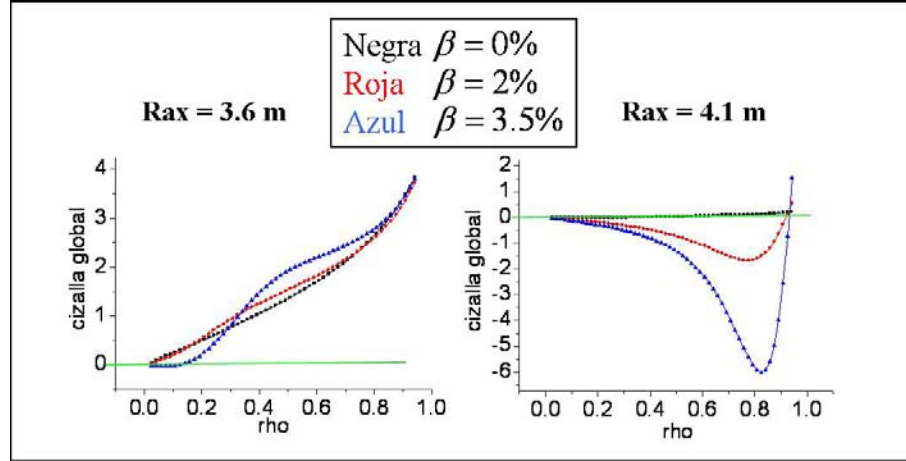


Figura 3.12: Perfiles de la cizalla global para varias configuraciones de eje magnético en el vacío y valores de beta. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

criterio de Mercier predice estabilidad para todo el plano (β_0, ρ) , pero la tasa de crecimiento de los modos de alta n se incrementa en la periferia del plasma para betas altas. Para una configuración con $R_{ax} = 4.0$ m, en $\rho > 0.7$ con β_0 mayor del 3%, el sistema será inestable alcanzando su máximo de actividad en $\rho > 0.9$ con $\beta_0 > 6\%$. Para $R_{ax} = 4.1$ m, la región con tasas de crecimiento elevadas es más ancha. En $\rho > 0.8$ el sistema ya es inestable para $\beta_0 > 2\%$, mientras que para $\rho > 0.6$ será inestable para β_0 del 3%, alcanzándose el máximo de inestabilidad para $\rho > 0.8$ con $\beta_0 > 5\%$.

Atendiendo a la localización de las superficies racionales n/m de bajo orden en las configuraciones outward, para valores de β_0 grande y cerca de la periferia del plasma, la región más inestable está asociada a las racionales $2/3$, $3/4$ y $1/2$ y el máximo de actividad para $R_{ax} = 4.1$ m está relacionado con la racional $1/2$ localizada en la periferia del plasma. Para configuraciones inward son las superficies racionales $2/3$ y $3/4$ las más activas, mientras que cerca del núcleo del plasma lo son las racionales $1/2$ y $2/5$.

Si se estudia la línea de pozo magnético medio nulo para configuraciones inward, su localización separa regiones estables próximas al núcleo, de las inestables en la periferia, como se observa en la gráfica para $R_{ax} = 3.6$ m. Para configuraciones outward, la línea de pozo magnético medio nulo deriva hacia la frontera, reforzando la inestabilidad al cruzar la zona de tasas de crecimiento elevadas, maximizándose cuando alcanza la frontera del plasma.

Para esclarecer la actividad de los modos de alta n a lo largo del plasma, se fija una posición del radio menor normalizado y se representa la tasa de crecimiento y la predicción de estabilidad del criterio de Mercier en el plano (β_0, R_{ax}) , figura 3.14.

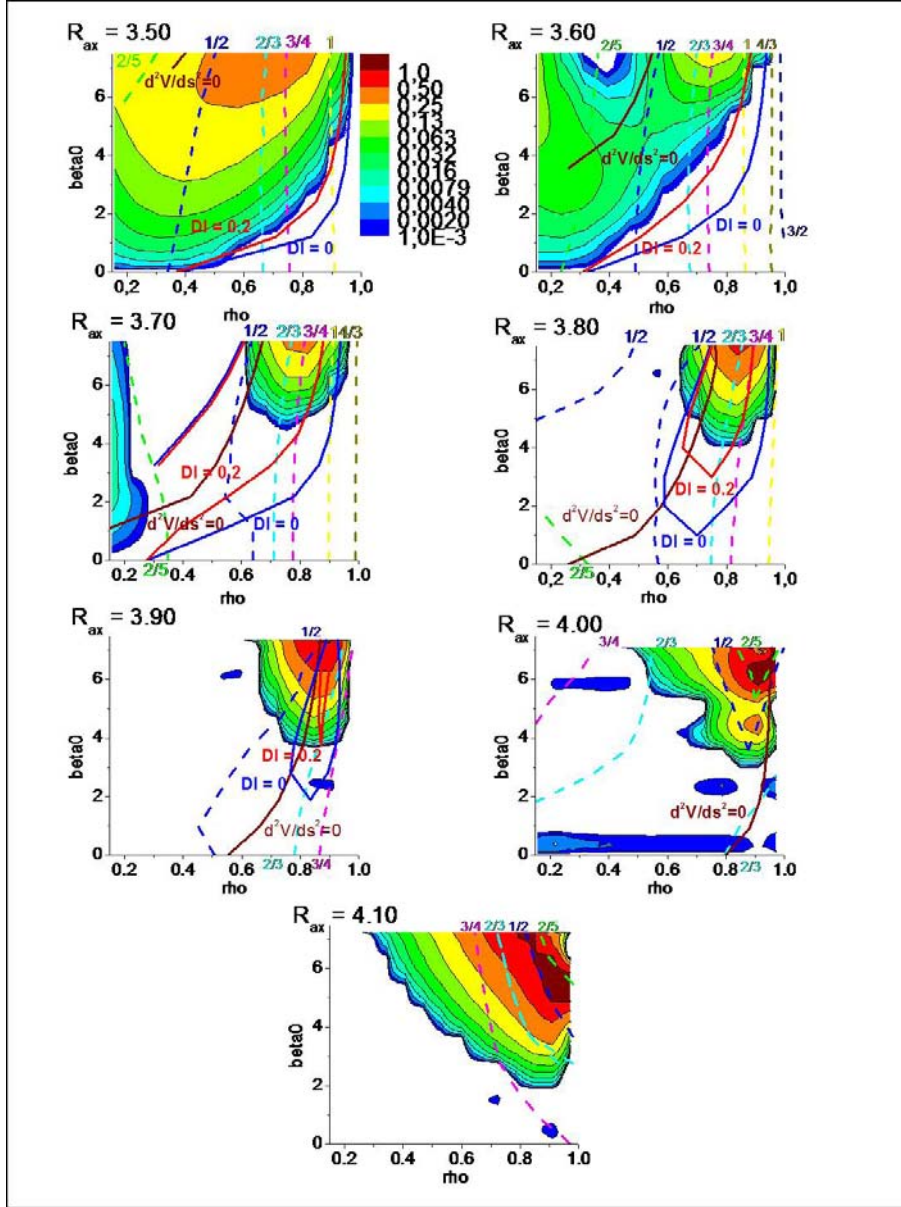


Figura 3.13: Líneas de tasa de crecimiento constante de los modos ballooning y Mercier en el plano (β_0, ρ) . Se muestran configuraciones diferentes respecto a la posición del eje magnético en el vacío $R_{ax} = 3.5\text{--}4.1$ m. Perfil de presión ancho y líneas de campo magnético con curvatura magnética desfavorable. Se incluye información sobre la localización radial de las superficies racionales principales, la línea donde $d^2V/ds^2 = 0$ y líneas con parámetros de Mercier constantes con $DI = 0$ y $DI = 0.2$.

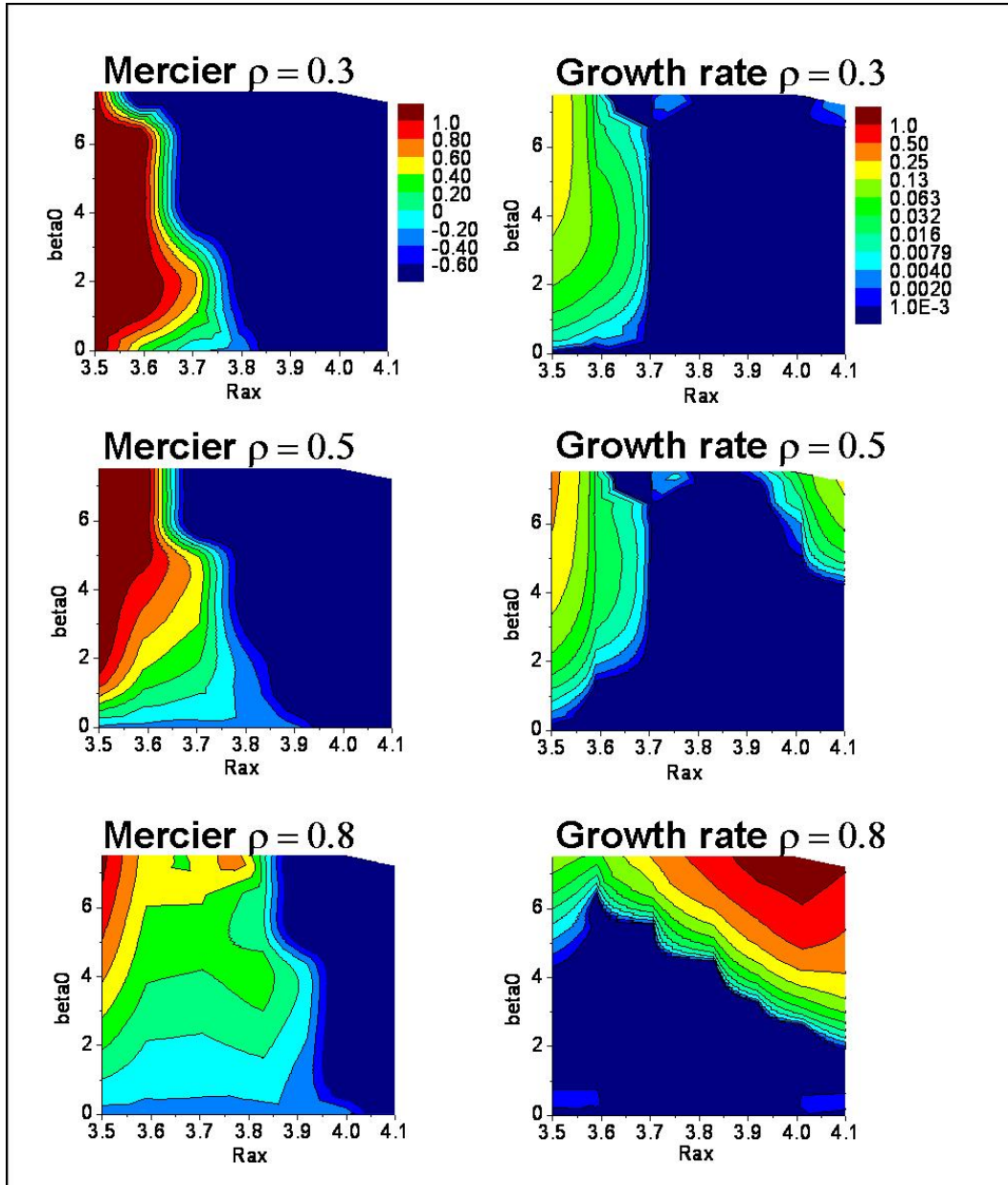


Figura 3.14: Líneas constantes del parámetro de Mercier (izquierda) y líneas de tasa de crecimiento constante (derecha), en el plano (β_0, R_{ax}) para tres posiciones en el radio menor normalizado. Perfil de presión ancho sobre una línea de campo magnético con mala curvatura.

La predicción del criterio de Mercier está de acuerdo con las tasas de crecimiento calculadas para los modos de alta n en el núcleo del plasma, $\rho = 0.3$, aunque una pequeña discrepancia se aprecia para configuraciones con el eje magnético más desplazado al exterior cuando la beta del sistema es alta. Para $\rho = 0.5$ el criterio de Mercier predice estabilidad pero las tasa de crecimiento de los modos de alta n es significativa. En la gráfica para $\rho = 0.8$ la discrepancia se hace mucho más evidente; las tasas de crecimiento son muy altas e inestabilidades violentas se excitarán en configuraciones outward con alta beta.

Una vez completado el estudio de las tasa de crecimiento y propiedades globales de las diversas configuraciones, es útil añadir información acerca de las propiedades locales del equilibrio para un mejor entendimiento del fenómeno físico. Con ese fin se han seleccionado cuatro equilibrios representativos del problema, todos ellos para valores de β_0 del 7.5 %, sobre superficies de flujo próximas a las posiciones del radio menor normalizado $\rho = 0.4$ y $\rho = 0.8$, para configuraciones con el eje magnético en $R_{ax} = 3.6$ y $R_{ax} = 4.1$ m, figura 3.15.

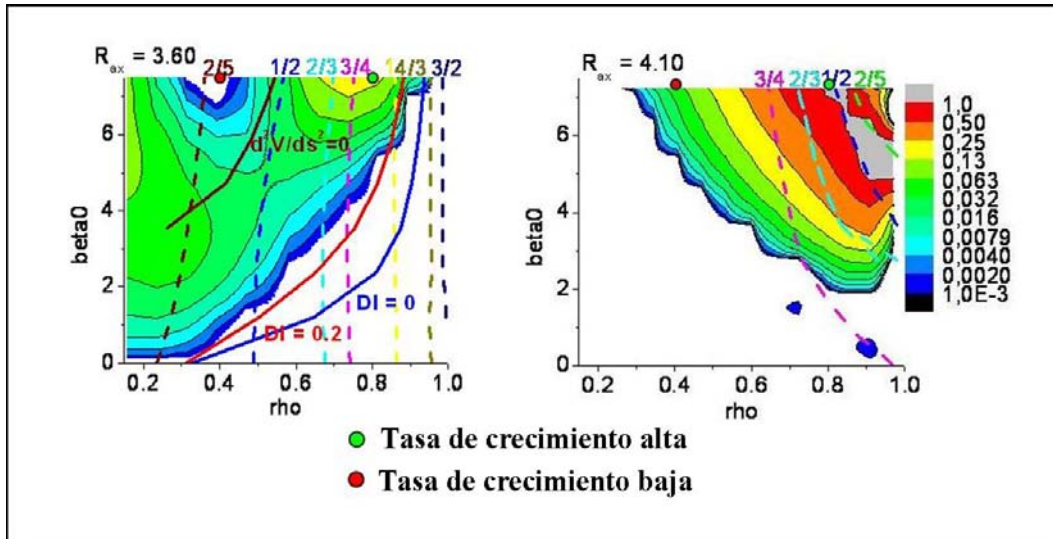


Figura 3.15: Selección de equilibrios para el estudio de las propiedades locales. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

En los equilibrios seleccionados, la cizalla global es tipo Stellarator para la configuración inward mientras que es tipo Tokamak para la configuración outward, figura 3.12.

El estudio de las propiedades locales se fundamenta en cuatro variables: la integral de la cizalla local a lo largo de la línea de campo, la deformación local de las superficies de flujo, el vector de onda o parámetro de estabilización por pandeo de la línea de campo y la curvatura local. Las dos primeras variables locales atenúan

o incrementan el efecto estabilizador del pandeo de la línea de campo, que se opone al efecto desestabilizador de la curvatura local.

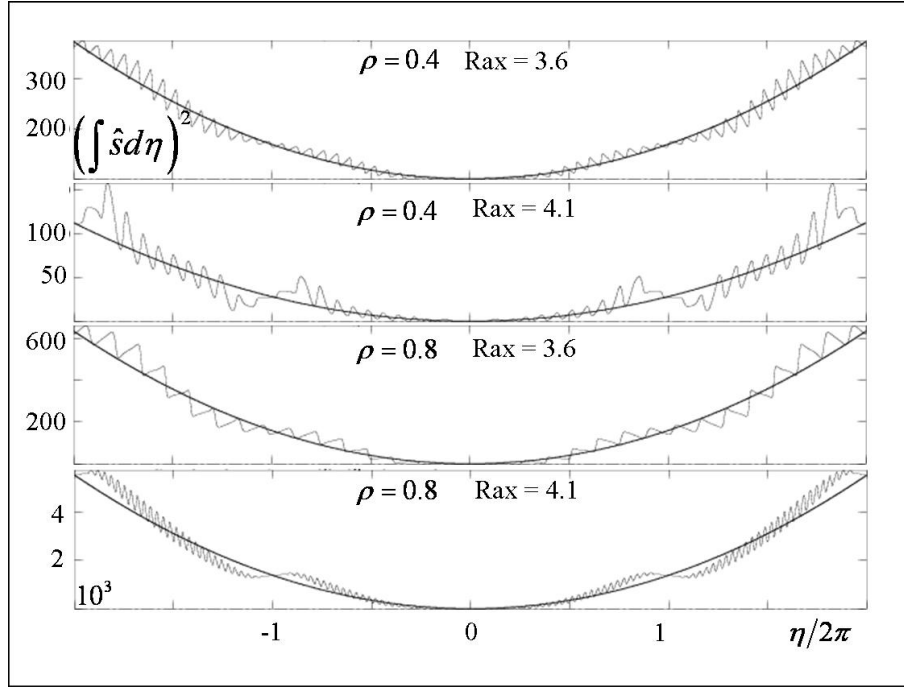


Figura 3.16: Cuadrado de la integral de la cizalla local a lo largo de la línea de campo (línea fina) y la cizalla global (línea gruesa) para $\beta_0 = 7.5\%$. La línea de campo seleccionada es $(\psi_N = 0.4, \theta_k = 0, \alpha = 0)$ y $(\psi_N = 0.8, \theta_k = 0, \alpha = 0)$. Perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.

Estudiando el comportamiento de la cizalla local, figura 3.16, se ha calculado el cuadrado de la integral de línea de la cizalla magnética local $(\int \tilde{s} d\eta_B)^2$ y la cizalla global $s\eta_B$, representado en coordenadas de la línea de campo (ψ_N, η_B, α) . El máximo valor se alcanza para la configuración outward en $\rho = 0.8$, que es alrededor de seis veces mayor que en el caso inward. En $\rho = 0.4$ la cizalla local es dos veces superior en la configuración inward. La cizalla local se hace nula en $\eta/2\pi = 0$ para los cuatro equilibrios, punto que se corresponde con la parte externa del toro en una sección poloidal horizontalmente elongada. La región donde la cizalla local se mantiene prácticamente nula es más grande en la configuración outward, especialmente en la región periférica del plasma.

La zona con cizalla nula, o mínimo del perfil de iota, y la línea de $d^2V/ds^2 = 0$ se encuentra en la periferia para configuraciones outward, de lo que se deduce que la línea de retorno (apéndice II), se encuentra muy desplazada hacia la frontera del plasma en la zona externa del toro. Este hecho implica que la compresión local de las superficies de flujo debe ser mucho más intensa en $\rho = 0.8$ que en $\rho = 0.4$, tal y como se observa en las gráficas de $|\nabla\psi|^2$. La compresión de las superficies

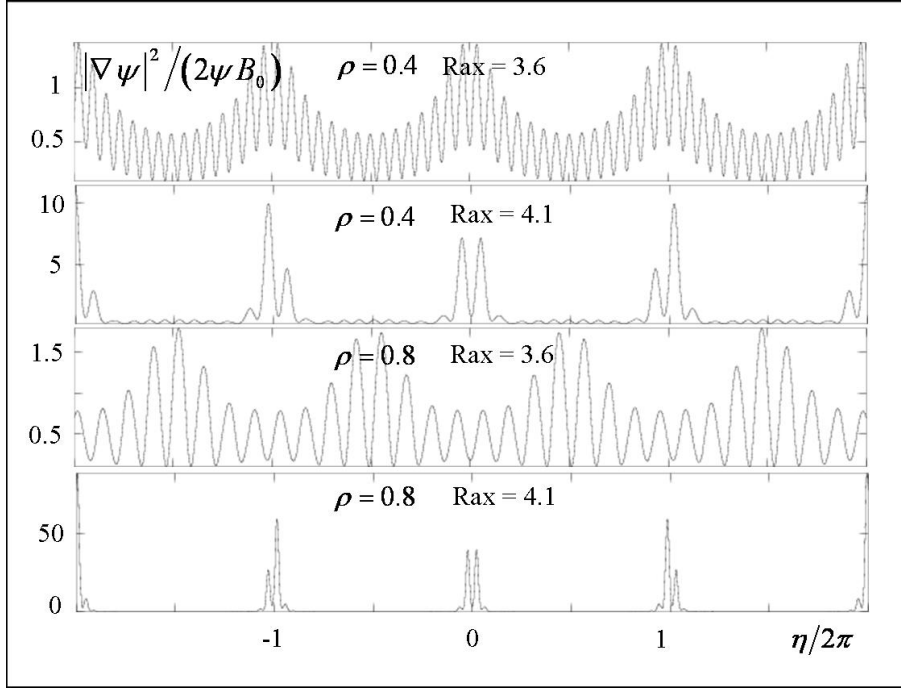


Figura 3.17: Deformación local de las superficies de flujo a lo largo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.

de flujo es un factor que favorece la estabilización del sistema, figura 3.17. En configuraciones outward su valor es nulo a lo largo de la línea de campo excepto en regiones muy localizadas y prácticamente cero en $\eta/2\pi = 0$. Que este parámetro se anule en la región periférica del plasma para configuraciones outward indica que la región es susceptible de sufrir inestabilidades. En el caso de la configuración inward, no existe ninguna región con cizalla global nula, aunque en las cercanías del eje magnético se mantenga en valores cercanos a cero, por tanto, a pesar de que la línea de $d^2V/ds^2 = 0$ está localizada en las cercanías de $\rho = 0.4$, la posición de la línea de retorno no está bien definida. En consecuencia, la compresión de las superficies de flujo será semejante en $\rho = 0.4$ y $\rho = 0.8$, y además su efecto no estará tan localizado. Justo en $\eta/2\pi = 0$, en la periferia de la sección elongada horizontalmente, la compresión es casi nula, mientras que cerca del núcleo su valor es no nulo.

El factor estabilizador por pandeo de la línea de campo se hace nulo en $\eta/2\pi = 0$, figura 3.18. Las regiones donde esta variable se nula son más extensas en configuraciones outward, y su acción estabilizadora está muy localizada, especialmente en la región periférica del plasma. En la configuración outward el valor máximo del factor estabilizador es mayor que en el caso inward, más de tres veces cerca del núcleo y casi diez veces en la periferia del plasma. La estabilización en la parte

periférica del plasma está limitada a pequeñas regiones alrededor del toro, por lo que serán zonas del plasma predispuesta a sufrir inestabilidades, especialmente en la sección poloidal elonga horizontalmente.

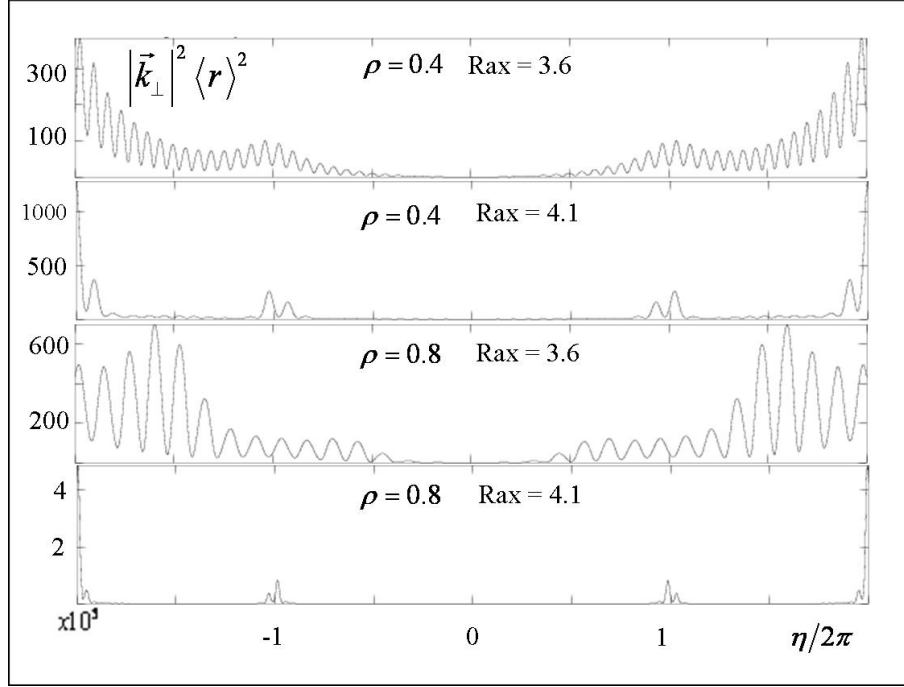


Figura 3.18: Factor estabilizador por pandeo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.

En la configuración inward, la curvatura local, figura 3.19, es más desfavorable en la periferia del toro, donde se alcanza el valor local máximo de la curvatura y es desfavorable a lo largo de toda la línea de campo. En la proximidad del núcleo la curvatura no es tan desfavorable y solo será localmente mala en la parte externa del toro, como en $\eta/2\pi = 0$. En la configuración outward, la curvatura es desfavorable a lo largo de casi toda la línea de campo tanto cerca del núcleo como en la periferia del plasma, aunque en la periferia es más acusado.

Resumiendo los resultados anteriores, en las configuraciones inward hay tasas de crecimiento altas en la zona Mercier inestables, pero el comportamiento cambia para configuraciones outward ya que la región inestable se localiza donde el criterio de Mercier predice estabilidad. Las propiedades locales también apuntan al mismo resultado, dado que el factor estabilizador por pandeo de la línea de campo se reduce en la parte externa del toro cerca de la periferia del plasma, en especial en la sección poloidal elongada horizontalmente donde la curvatura local es desfavorable, facilitando la excitación de inestabilidades.

Para profundizar en la naturaleza de las inestabilidades encontradas en cada configuración, se procede a repetir el cálculo esta vez sobre una línea de campo

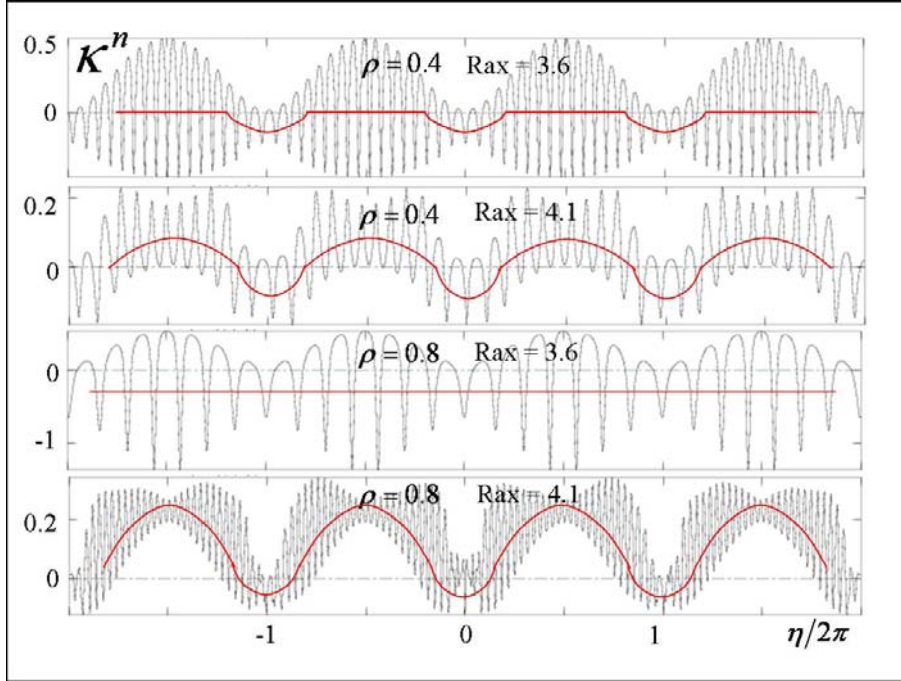


Figura 3.19: Curvatura normal a lo largo de la línea de campo. Línea roja indica el valor medio de la curvatura local. Configuración con perfil de presión ancho sobre una línea de campo con mala curvatura.

con curvatura magnética favorable. De esta manera, si la tasa de crecimiento de las inestabilidades cambia, la curvatura local será un factor de desestabilización, lo que permitirá diferenciar entre modos de naturaleza intercambio y tipo ballooning. Este análisis se desarrolla en la próxima sección.

3.3.2. Perfil de presión ancho y línea de campo con buena curvatura ($\theta_k = 0, \alpha = \pi/M$)

Se realiza un análisis similar al caso anterior pero eligiendo una línea de campo magnético donde la curvatura magnética es favorable. Las tasas de crecimiento para configuraciones con diferente localización del eje magnético en el vacío y β_0 se muestran en la figura 3.20. En la configuración inward el comportamiento es similar al caso con mala curvatura, por tanto la inestabilidad presente no se ve afectada por la desestabilización local de la curvatura si no por su efecto promedio, como es característico en los modos de intercambio. En localizaciones más outward del eje magnético en el vacío las diferencias son apreciables; con $R_{ax} = 3.7$ m, las tasas de crecimiento de los modos de alta n son mucho menores que sobre líneas de mala curvatura, alcanzando la plena estabilidad para $R_{ax} > 3.8$ m. Los modos de alta n son estables para todo valor de β_0 en todos los puntos del radio menor normalizado.

Este hecho indica que la actividad MHD presente en las configuraciones outward es sensible al efecto desestabilizador local de la curvatura, por lo que la inestabilidad tiene naturaleza ballooning.

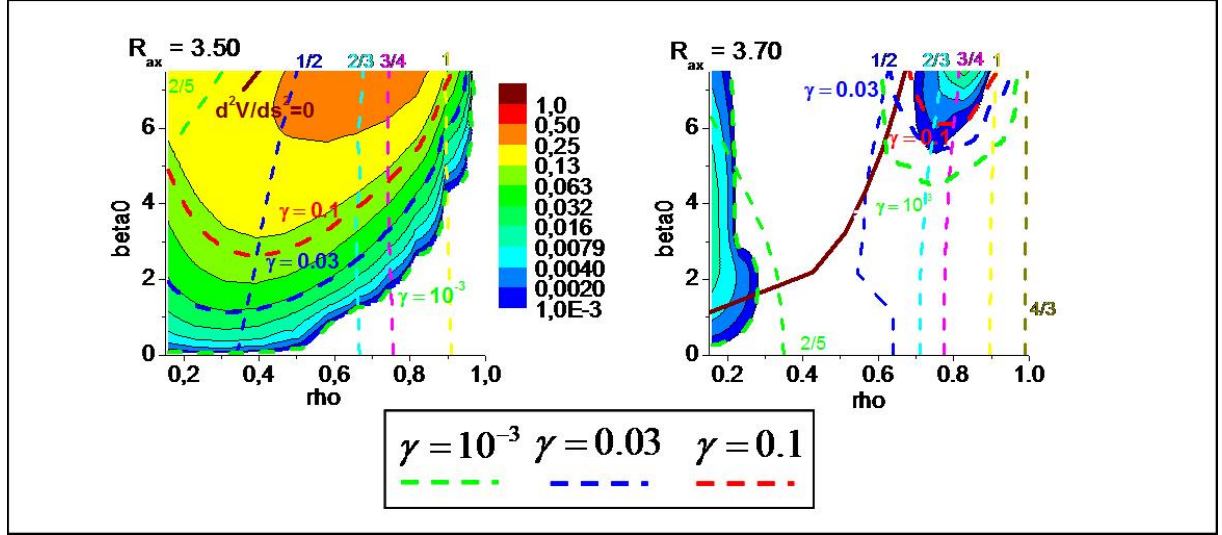


Figura 3.20: Líneas de tasa de crecimiento constante en el plano (β_0, ρ) . Dos configuraciones diferentes respecto a la posición del eje magnético. El perfil de presión es ancho y las líneas de campo magnético con curvatura magnética favorable. Se indica la tasa de crecimiento con el caso de mala curvatura magnética como líneas de tasa de crecimiento constante para $\gamma = 10^{-3}$ (estabilidad marginal), $\gamma = 0.03$ (ligeramente inestable), $\gamma = 0.1$ (inestable).

Una vez que se conoce la naturaleza de las inestabilidades, se analiza el efecto del perfil de presiones sobre la estabilidad del sistema, repitiendo el análisis para un perfil de presiones picado, característico de las operaciones con núcleos super densos.

3.3.3. Perfil de presión picado y línea de campo con mala curvatura

Se repite el análisis pero utilizando equilibrios con perfil de presión picado, con la intención de comprobar que tipo de perfil de presión es más inestable frente a los modos ballooning.

Según estudios teóricos precedentes, las configuraciones inward con perfiles de presión anchos son más inestables que aquellas con perfiles de presión picados, en particular frente a los modos ballooning [81]. Esto se debe a que los efectos estabilizadores en configuraciones con perfiles de presión anchos no son capaces de mitigar estas perturbaciones porque el máximo del gradiente de presión está en

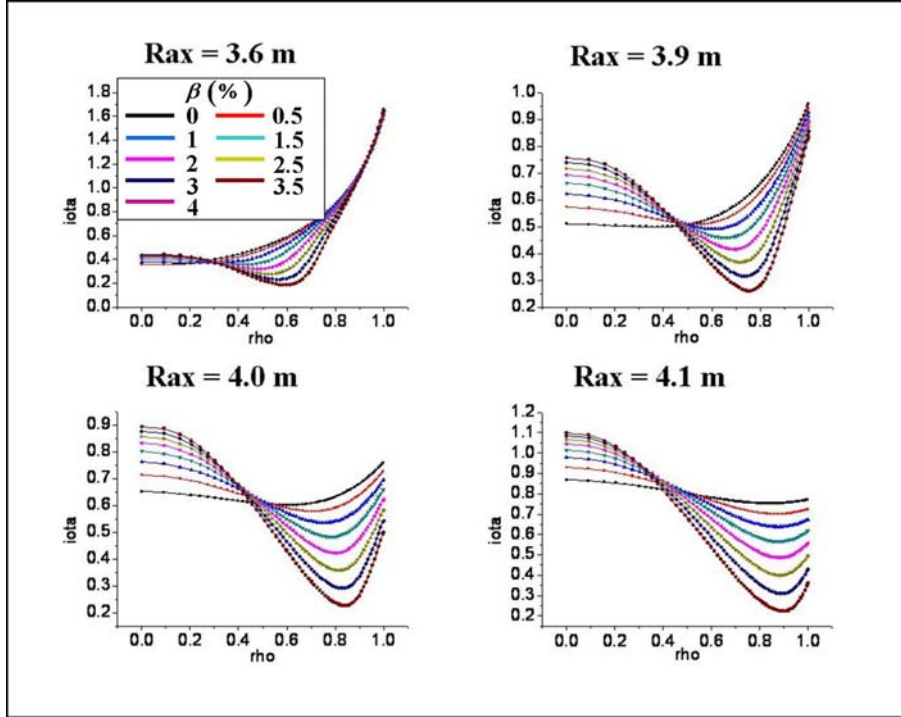


Figura 3.21: Perfiles de iota para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presiones picado sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

una zona de colina magnética, mientras que para perfiles picados pasa lo contrario debido al efecto estabilizador del pozo magnético y de la cizalla magnética global [97]. Ahora se pretende extender este conocimiento a la configuraciones outward.

El comportamiento de la transformada rotacional difiere del observado para un equilibrio con perfil ancho, figura 3.21. En el caso inward, la deformación de la iota es más evidente, llegando a decrecer en la región intermedia del radio menor normalizado para betas mayores del 2%. Para las configuraciones outward, el mínimo de la iota no está tan localizado en la frontera y su cambio de tendencia es más suave.

El pozo magnético medio se hace más profundo según el valor de la beta aumenta, más incluso que en el caso con perfil de presión ancho, y el valor absoluto del mínimo se reduce cuanto más outward sea la configuración, figura 3.22. La zona de crecimiento abrupto se localiza más próxima a la periferia según la configuración es más outward, aunque no tanto como en el caso con perfil de presión ancho. A lo largo del radio menor del plasma hasta la periferia del plasma el pozo magnético sufre un aplanamiento para las configuraciones desde $R_{ax} = 3.5$ m hasta 3.9 m que no se aprecia en el caso con perfil ancho, especialmente notable en el caso inward.

El criterio de Mercier en configuraciones inward predice inestabilidad para $\beta \leq$

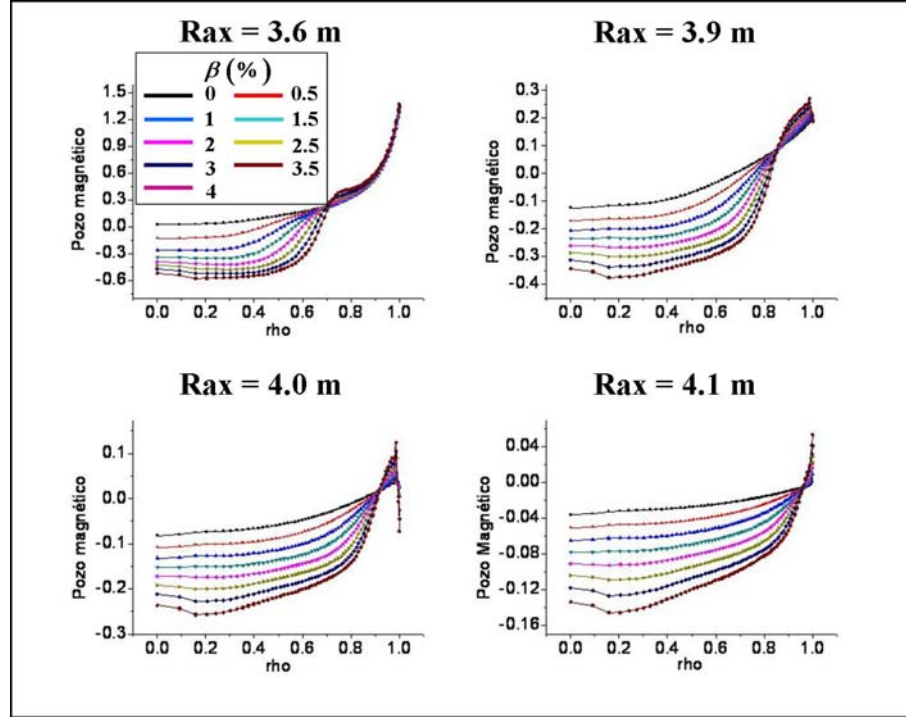


Figura 3.22: Pozo magnético para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presiones picudo sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

2% a lo largo de todo el plasma exceptuando la periferia, figura 3.23, mientras que para betas mayores esta región se va reduciendo a zonas intermedias del radio menor con una inestabilidad asociada menos intensa. En la configuración outward el parámetro de Mercier predice estabilidad para todo valor de beta en todo el radio menor normalizado. Comparado con los equilibrios con perfiles anchos, todas las configuraciones son más estables.

En la configuración inward, la deformación de la cizalla global es muy acusada según la beta del sistema crece, más que en el caso con perfil ancho, formándose una zona de cizalla global tipo Tokamak cerca del eje magnético. A pesar de este hecho, y en valor absoluto, la cizalla es semejante al caso de la presión con perfil ancho, figura 3.24. Para la configuración outward, las zonas de cizalla tipo Tokamak y Stellarator están mucho mejor definidas. Según la beta del sistema aumenta la zona de cizalla tipo Tokamak se extiende hacia la periferia, y el crecimiento de la cizalla se hace más abrupto en la región de cizalla tipo Stellarator. Comparado con el caso de perfil ancho, el valor de la cizalla decae menos en la región tipo Tokamak y no se extiende tanto hacia la frontera, además el crecimiento en la zona Stellarator tampoco es tan pronunciado. El mínimo en la zona Tokamak es casi seis veces menor que en el caso de presión con perfil ancho, aunque el máximo

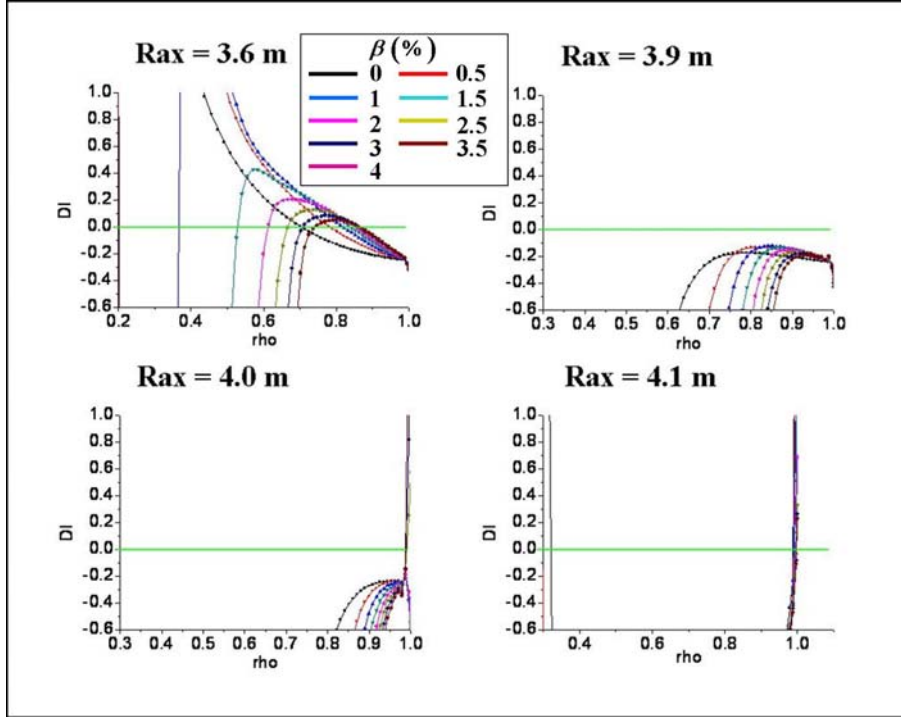


Figura 3.23: Parámetro de Mercier para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presiones picudo sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

en la zona Stellarator es semejante.

Estudiando la tasa de crecimiento para modos de alta n , figura 3.25, de nuevo la predicción de estabilidad de Mercier no explica el comportamiento del plasma en las configuraciones tipo outward. Para configuraciones inward, la actividad es ligeramente menor y la segunda región de estabilidad es más ancha en el caso picudo aunque ligeramente más activa cerca de la región periférica del plasma. Atendiendo a los efectos de las superficies racionales más importante, la $2/3$ y $1/2$ son las que generan mayor inestabilidad para alta beta en la periferia mientras que la racional $3/4$, muy activa en configuraciones con perfil ancho, pierde protagonismo. En el caso de configuraciones outward el equilibrio picudo es menos inestable ante los modos de alta n . En el caso con $R_{ax} = 4.1$ m, el máximo de la tasa de crecimiento en la periferia del plasma se localiza para valores de beta del 6 %, frente al 5 % para un perfil de presión ancho, pero superada una beta del 6.5 % las inestabilidades con perfil de presión picudo son más violentas que en el caso con perfiles anchos. La limitación operativa en equilibrios picudos es menor en consecuencia, alcanzándose valores de la beta del sistema mayores con un menor deterioro de la estabilidad del sistema, pero una vez superado la beta crítica la actividad es más violenta. Una razón de esta rápida desestabilización es que en configuraciones outward, la

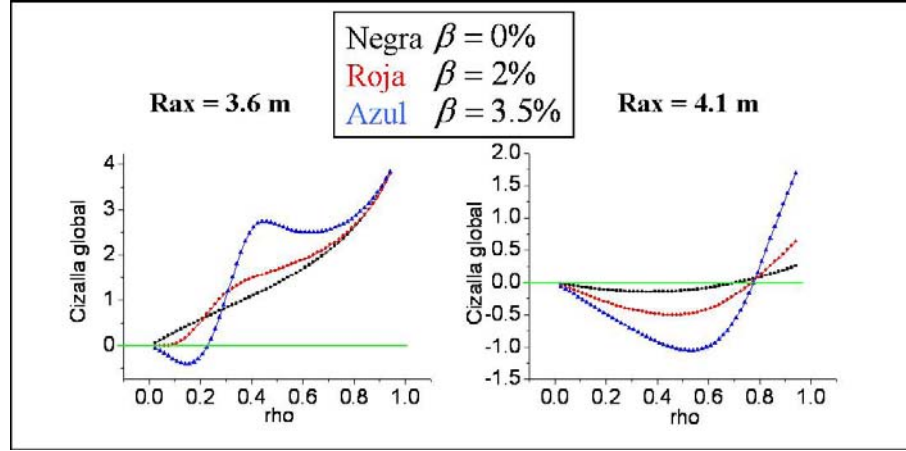


Figura 3.24: Perfiles de la cizalla global para varias configuraciones de eje magnético y valores de beta. Configuración con perfil de presión picada sobre una línea de campo con curvatura magnética desfavorable.

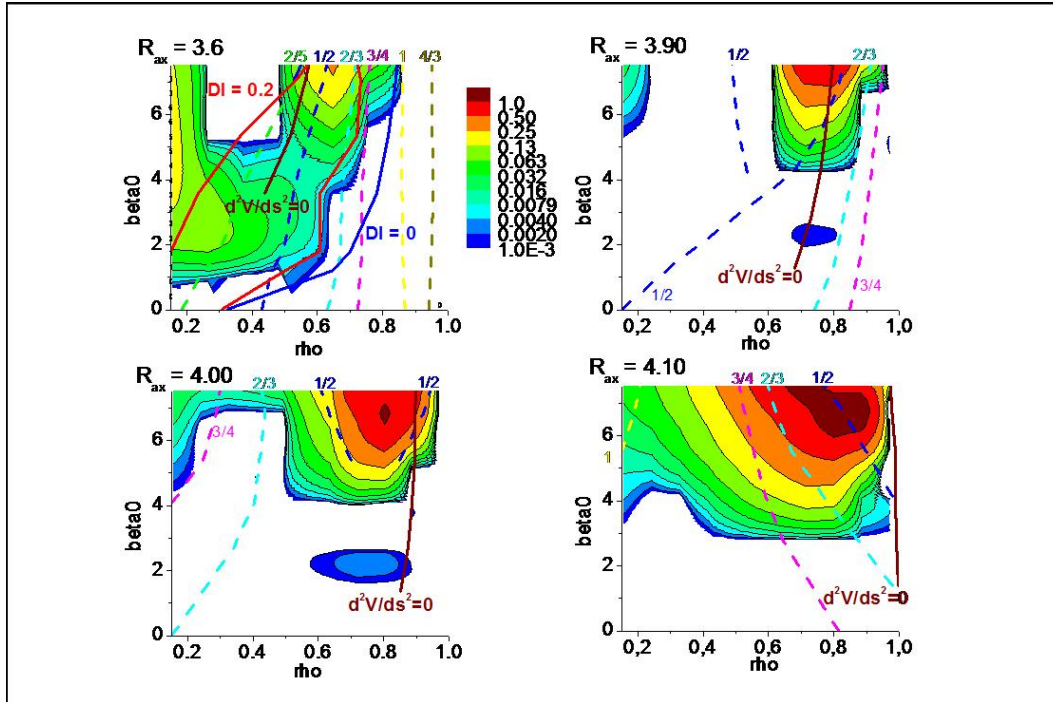


Figura 3.25: Líneas de tasa de crecimiento constante de los modos ballooning en el plano (β_0, ρ) . Se muestran cuatro configuraciones diferentes respecto a la posición del eje magnético. El perfil de presión es picado y líneas de campo magnético con curvatura magnética desfavorable. Se incluye información sobre la localización radial de las superficies magnéticas principales, la línea donde $d^2V/ds^2 = 0$ y líneas con parámetros de Mercier constantes con $DI = 0$ y $DI = 0.2$.

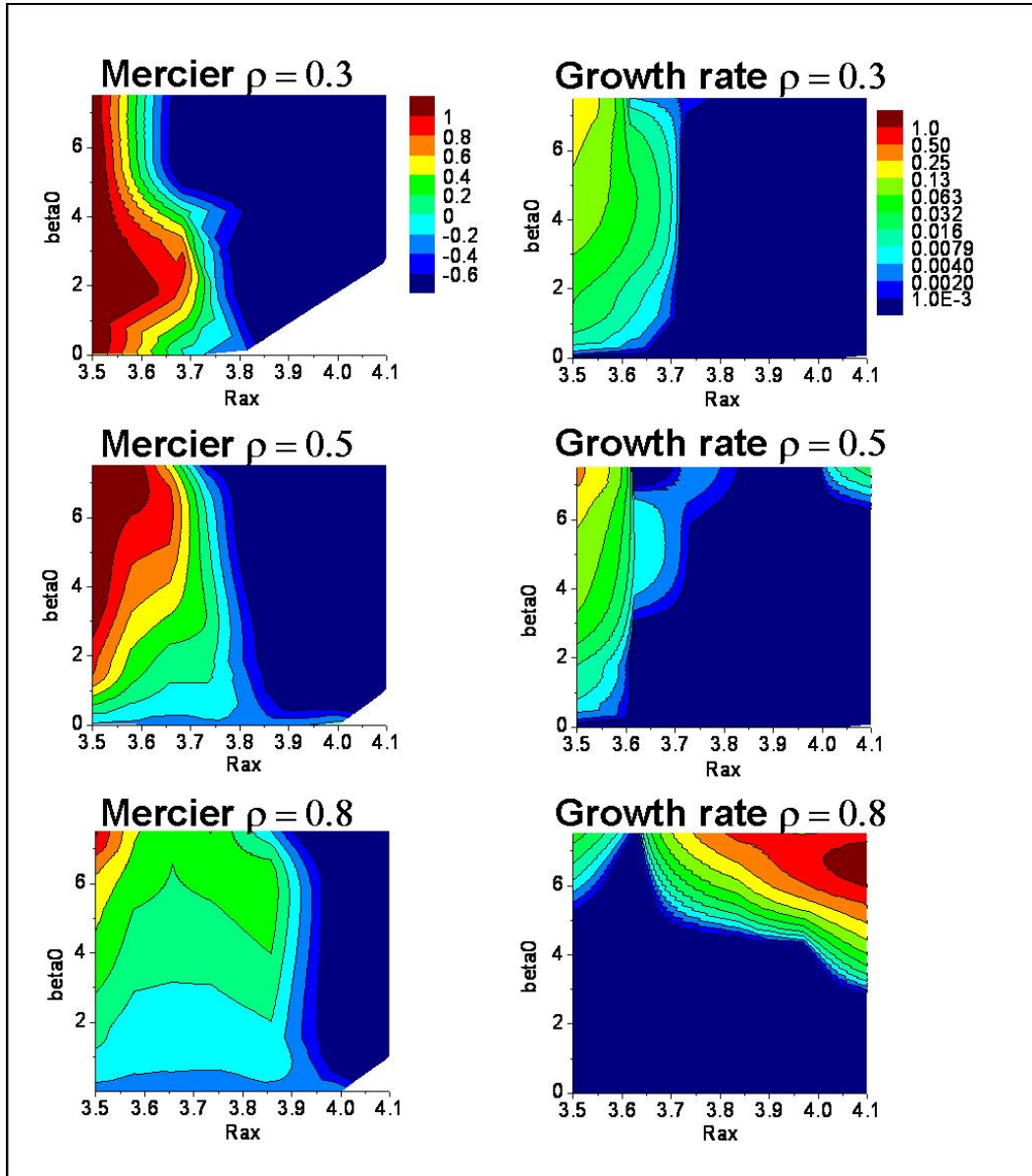


Figura 3.26: Líneas constantes del parámetro de Mercier (izquierda) y líneas de tasa de crecimiento constante (derecha), en el plano (β_0, R_{ax}) para tres posiciones en el radio menor normalizado. Perfil de presión picado sobre una línea de campo magnético con mala curvatura.

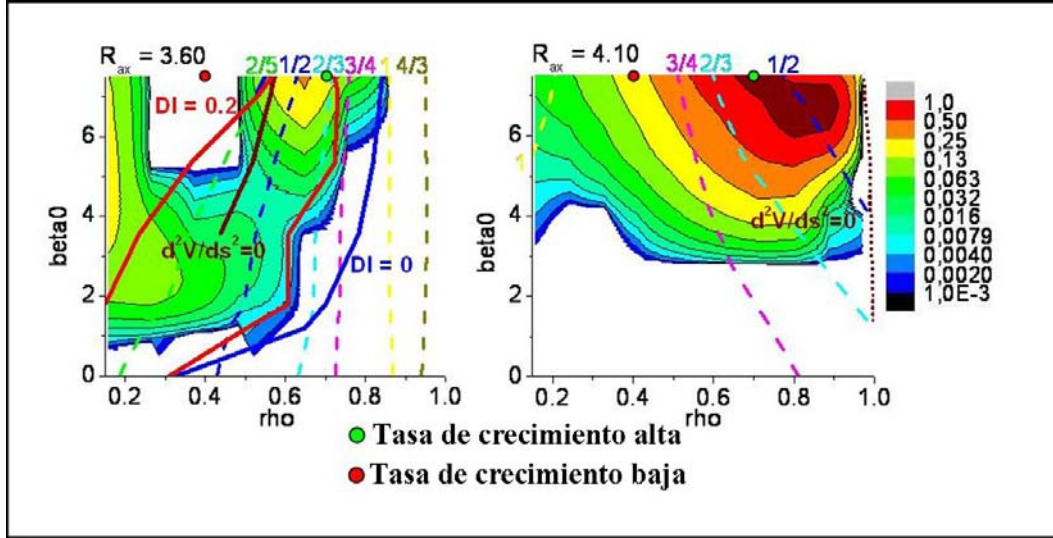


Figura 3.27: Sección de equilibrios para el estudio de las propiedades locales. Configuración con perfil de presión picudo sobre una línea con mala curvatura magnética.

inestabilidad está relacionada con la racional $1/2$, mientras que la racional $2/5$, muy activa para el caso con perfil ancho, desaparece totalmente. El comportamiento de la línea de $d^2V/ds^2 = 0$ es muy similar al caso con perfil ancho, estabilidad cerca del núcleo e inestabilidad en la periferia para configuraciones inward, derivando hacia la periferia según la configuración es más outward, aumentando la actividad de modos de alto n cuando cruza la región donde la tasa de crecimiento tiene su máximo.

Para complementar los resultados, se representa en el plano (β_0, R_{ax}) el parámetro de Mercier y las tasas de crecimiento fijando una posición a lo largo del radio menor normalizado, figura 3.26.

El criterio de Mercier predice correctamente la estabilidad del sistema para los modos de alta n cerca del eje magnético, $\rho = 0.3$, y regiones intermedias del radio menor, $\rho = 0.5$. La discrepancia aparece en la periferia para configuraciones outward con alta beta, donde existe inestabilidad MHD no predicha por el criterio de Mercier. Si comparamos estos resultados con el caso de perfil de presión ancho, la discrepancia es común aunque es más evidente en el caso con perfil ancho; ahora las tasas de crecimiento no son tan pronunciadas y en la región $\rho = 0.5$ apenas se aprecian tasas de crecimiento significativas en configuraciones outward con alta beta.

Se amplía el estudio a las propiedades locales del equilibrio, seleccionando cuatro equilibrios con $\beta_0 = 7.5\%$. Se toman dos equilibrios para las configuraciones del eje magnético en el vacío $R_{ax} = 3.6$ y $R_{ax} = 4.1$ m para las posiciones $\rho = 0.4$ y $\rho = 0.7$ a lo largo del radio menor normalizado, figura 3.27.

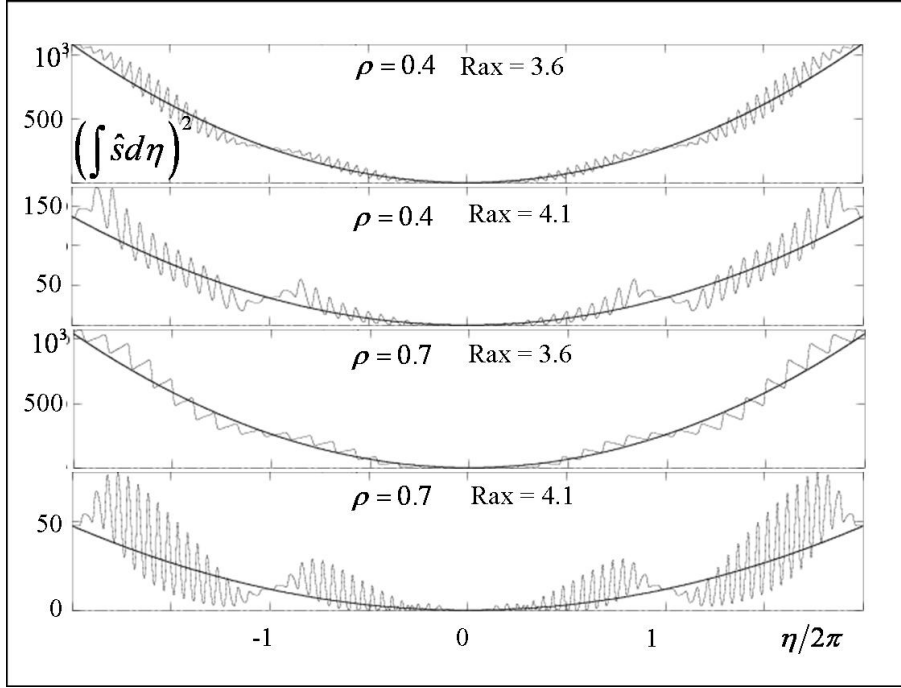


Figura 3.28: Cuadrado de la integral de la cizalla local a lo largo de la línea de campo (línea fina) y la cizalla global (línea gruesa) para $\beta_0 = 7.5\%$. La línea de campo seleccionada viene dada por $(\psi_N = 0.4, \theta_k = 0, \alpha = 0)$ y $(\psi_N = 0.7, \theta_k = 0, \alpha = 0)$.

En la configuración inward, ambos equilibrios seleccionados se encuentran en zonas de cizalla global tipo Stellarator. En el caso outward, para $\rho = 0.4$, es una región de cizalla tipo Tokamak y en $\rho = 0.7$ la cizalla es tipo Stellarator. En la configuración inward, la zona con cizalla nula está localizada cerca del eje magnético, alrededor de $\rho = 0.2$, y para la configuración outward alrededor de $\rho = 0.7$. Para todos los equilibrios se cumple nuevamente que la cizalla local es nula en el exterior del toro en la sección elongada horizontalmente, figura 3.28.

El máximo de la cizalla local se alcanza para la configuración inward en $\rho = 0.4$ y $\rho = 0.7$, mientras que en el caso outward su valor es menor, tanto cerca del núcleo como en la periferia. Comparado con la configuración con perfil de presión ancho, en el caso inward la cizalla local es ahora casi el doble cerca del núcleo del plasma, mientras que en la configuración outward es similar. En la periferia del plasma, su valor en configuración inward es ligeramente superior con perfil picado, pero decae casi dos órdenes de magnitud para la configuración outward, aproximadamente en la misma proporción que la diferencia entre el valor de la cizalla global para ambos equilibrios.

La compresión de la superficie de flujo, figura 3.29, en configuraciones inward cerca del núcleo del plasma es ahora más notable, al existir una línea de retorno

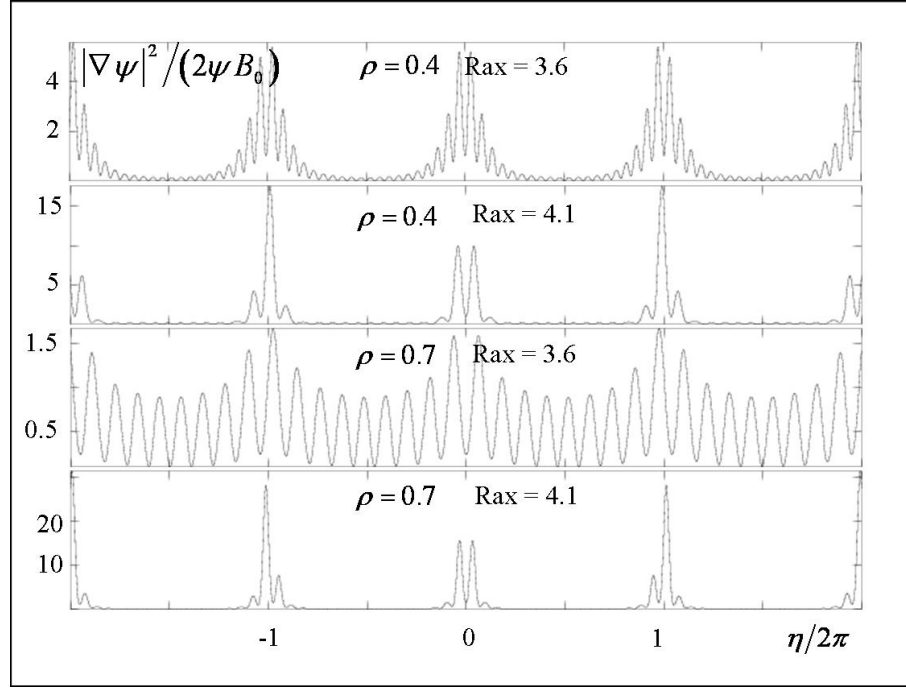


Figura 3.29: Deformación local de la superficie de flujo. Configuración con perfil de presión picudo sobre una línea de curvatura desfavorable.

mejor definida. Este hecho se traduce en una compresión de la superficie de flujo casi cuatro veces mayor en el núcleo, mientras en la zona periférica apenas hay variación. En la configuración outward pasa lo contrario, puesto que la línea de retorno no ha derivado tanto hacia la periferia del plasma, la compresión cerca del núcleo será algo mayor mientras que en la periferia decae, aunque todavía es 4 veces mayor que en el núcleo.

El máximo para la estabilización por pandeo de la línea de campo se alcanza para la configuración inward, figura 3.30. En configuraciones outward, como sucedía en el equilibrio con perfil de presión ancho, los máximos del vector de onda perpendicular están muy localizados y será casi nulo en el resto de la línea de campo. En configuraciones inward las regiones donde el factor estabilizador es no nulo son más amplias, aunque seguirá anulándose en la zona externa del toro para la sección elongada horizontalmente. Respecto a la configuración con perfil de presión ancho, los máximos son menores para el caso outward, mientras que en el caso inward su valor cerca del núcleo es casi un orden mayor y aproximadamente el doble en la periferia.

Comparando con la configuración con perfil de presión ancho, el comportamiento de la curvatura es casi idéntico al igual que las conclusiones que de su estudio se derivan, figura 3.31.

Resumiendo estos resultados, el patrón de comportamiento para perfiles anchos

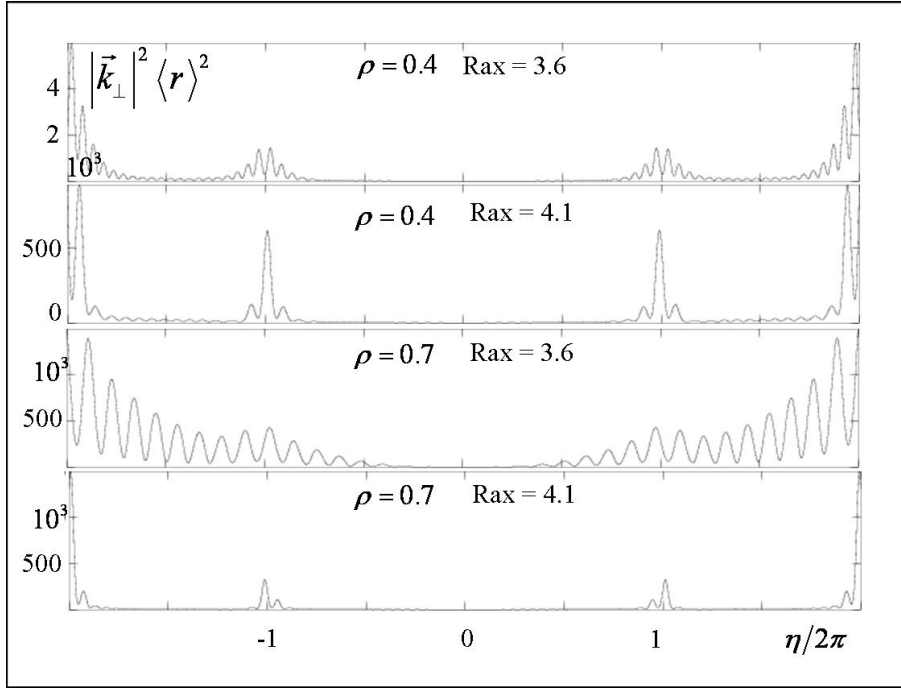


Figura 3.30: Factor estabilizador por pandeo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión picudo sobre una línea de curvatura desfavorable.

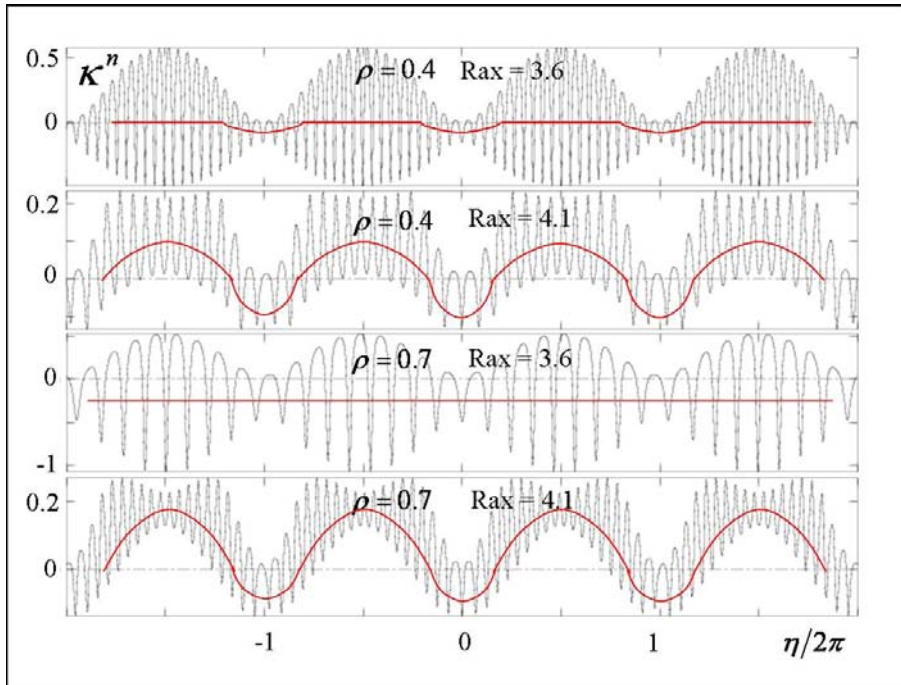


Figura 3.31: Curvatura normal a lo largo de la línea de campo. Configuración con perfil de presión picudo sobre una línea de curvatura desfavorable.

y picudos es semejante respecto a la tasa de crecimiento de los modos de alta n , siendo ligeramente más estable para perfiles picudos, puesto que las configuraciones con perfiles anchos se desestabilizan para β_0 más bajos. El máximo de actividad en perfiles picudos está más extendido a lo largo del radio menor y a partir de posiciones del eje magnético en el vacío de $R_{ax} = 4.0$ m; por contra, en perfiles anchos el máximo de actividad está concentrado en la región de la periferia y se alcanza para la posición $R_{ax} = 3.9$ m del eje magnético en el vacío.

3.4. Conclusiones y resumen de aportaciones

El propósito de este estudio es comprender como se modifican las propiedades de estabilidad MHD del sistema según cual sea la localización del eje magnético en el vacío, además de buscar evidencias para identificar a los modos ballooning como los posibles causantes de las inestabilidades observadas en el LHD para configuraciones outward cerca de la periferia del plasma. El paso final consiste en señalar a los modos ballooning como los posibles causantes de los colapsos de densidad hallados en operaciones con núcleos súper densos en equilibrios con barrera de difusión interna. Se ha comprobado que los modos de alta n son inestables en la región de operación donde suceden los colapsos de densidad, hecho que ha suscitado un estudio sistemático de las inestabilidades tipo ballooning en diferentes configuraciones outward del LHD, atendiendo a las tasas de crecimiento de los modos de alta n y a las propiedades globales y locales del equilibrio. El análisis se ha efectuado para diferentes betas del sistema, perfiles de presiones ancho y picudo sobre líneas de campo magnético con curvaturas favorables y desfavorables. Se ha comprobado que las inestabilidades MHD en configuraciones inward se asemejan a modos de intercambio, al no sufrir modificaciones en su tasa de crecimiento por el efecto localizado de la curvatura magnética a lo largo de la línea de campo, y coincidir su excitación en la región Mercier inestable. En el caso de las configuraciones outward, las inestabilidades son de naturaleza ballooning al variar su tasa de crecimiento por efecto de la curvatura y excitarse en una región Mercier estable. Otro resultado se refiere a la diferencia de comportamiento de los modos de alta n entre equilibrios con perfiles de presión ancho y picudo, comprobándose que para el primer caso la inestabilidad se manifiesta para valores de beta menores, mientras que en el segundo su excitación se demora a betas más altas. Finalmente, el estudio de las variables locales muestra el efecto de la posición de la línea de retorno sobre la estabilidad del plasma, aportando información de los factores que desestabilizan o estabilizan el plasma localmente, indicando la región del plasma susceptible de sufrir la excitación de una inestabilidad. Concretamente, es en equilibrios con perfiles picudos y configuraciones outward donde la cizalla local disminuye más notablemente su efecto estabilizador en la periferia del plasma, mientras que en el resto de los casos el valor de la cizalla local es comparativamente menor para perfiles anchos. La

compresión local de las superficies de flujo también es mayor para perfiles picudos a excepción de las configuraciones outward cerca de la periferia del plasma. A su vez, el estudio de la compresión de las superficies de flujo también indica como en las configuraciones inward con perfiles picudos existe una línea de retorno bien definida cerca del núcleo del plasma, que es apenas perceptible en el caso de perfil ancho. En configuraciones outward sucede que la línea de retorno está más localizada en la periferia para perfiles anchos que picudos. Según lo anterior el efecto estabilizador por pandeo de las líneas de campo es mayor para perfiles de presión picudos, excepto en configuraciones outward cerca de la periferia del plasma donde es mayor para un perfil ancho. Atendiendo a la curvatura local, el comportamiento es semejante para ambos perfiles, mostrando como las configuraciones inward tienen una curvatura media más desfavorable, mientras que la outward, a pesar de no ser en media tan desfavorable, presentan mayor diferencia entre máximos. En suma, el análisis de las propiedades locales también apunta a que las inestabilidades en las configuraciones outward son de tipo ballooning, mientras que las presentes en configuraciones inward son de tipo intercambio.

Esta parte de la memoria concluye que la capacidad operativa del LHD para configuraciones outward puede sufrir un recorte significativo para betas altas debido a la excitación de modos ballooning en la periferia del plasma. Cuando el sistema opere en un régimen con núcleo de alta densidad con barrera de difusión interna, en la periferia del plasma la actividad ballooning se manifestará para betas superiores al 6 % (perfil picudo). Una vez superada la beta crítica, la actividad ballooning será violenta y causará un desconfinamiento parcial del plasma en forma de un colapso de densidad, reduciendo la eficiencia del dispositivo. Estudios previos recomiendan operar partiendo desde configuraciones del eje magnético en el vacío próximas a la configuración estándar $R_{ax} = 3.75$ m, con el fin de alcanzar regiones de operación con betas mayores evitando la actividad ballooning en las configuraciones outward, pero sin adentrarse en la región donde los modos de intercambio se desestabilizan, tal y como sucede en configuraciones inward.

Argumentando sobre la figura 3.32 bajo el prisma de los nuevos datos se observa que en el núcleo del plasma, $\rho = 0.3$, en configuraciones tipo inward se excitan modos semejantes a inestabilidades tipo intercambio. En configuraciones outward sucede lo contrario, cerca de la frontera del plasma se desarrollarán inestabilidades de naturaleza ballooning, cuya intensidad se incrementa según aumenta la beta del sistema y la configuración del eje magnético en el vacío sea más outward. Se puede extraer otra conclusión al comprobar como la zona de actividad CDC es coincidente con la región de máxima actividad ballooning en configuraciones outward para perfiles picudos, hecho que permite relacionar ambos fenómenos. Por tanto, el estudio de los modos de alta n permite delimitar aquellas regiones de operación del LHD donde la actividad MHD sea perniciosa para el sistema, ya sea debido a modos de intercambio (línea azul), como por modos ballooning (rojo) o

CDC (naranja), figura 3.32 C.

Estas regiones teóricas de actividad MHD ideal partiendo del estudio de equilibrios con perfiles de presión simplificados, son una primera aproximación cualitativa al problema de la estabilidad MHD del dispositivo LHD respecto a la localización del eje magnético en el vacío y el valor de β_0 . Introducir perfiles de presión experimentales o correcciones debido a la resistividad, compresibilidad, corrientes inducidas, etc..., permitiría alcanzar unos resultados que se ajustarían con mayor precisión a los resultados experimentales. Incluir este tipo de efectos serán tratado en trabajos futuros.

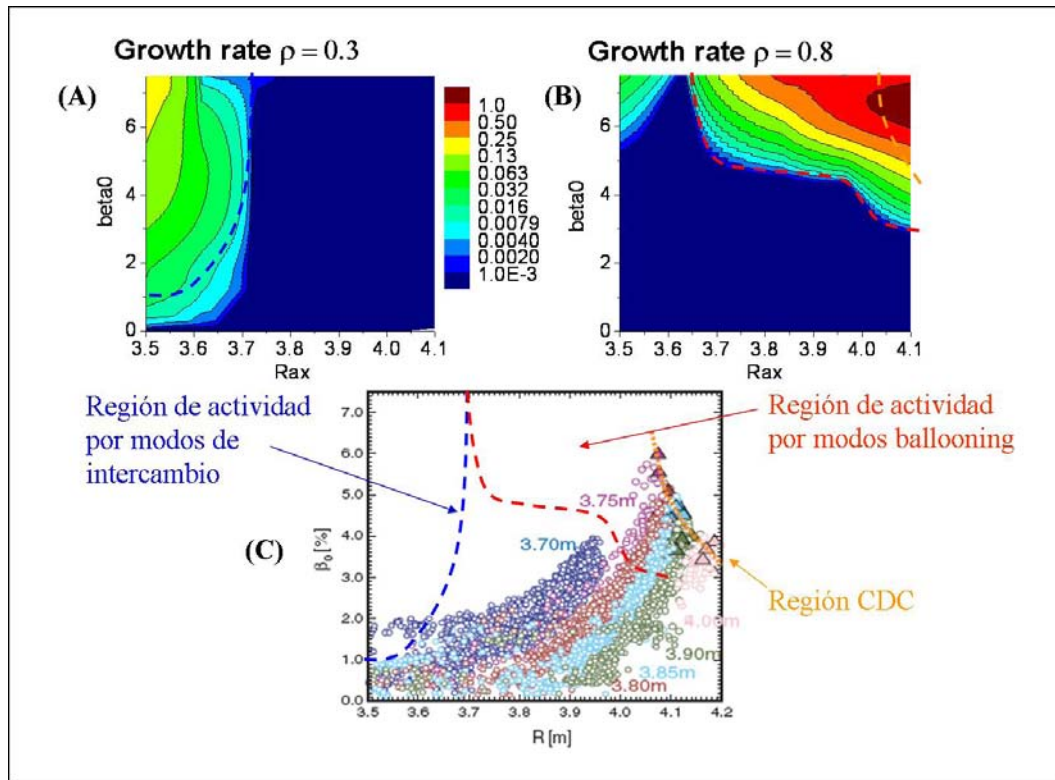


Figura 3.32: Tasas de crecimiento para modos de alta n ideales para dos localizaciones del radio menor, $\rho = 0.3$ (A) y $\rho = 0.8$ (B) respecto a la posición del eje magnético en el vacío y a la beta sobre el eje magnético, para líneas de campo con curvatura magnética desfavorable en un equilibrio con perfil de presión picado. Espacio de operación para descargas tipo IDB/SDC (C); cada color representa una posición distinta para el eje magnético en el vacío. Los sucesos CDC se representan por triángulos. Las líneas punteadas indican las regiones de actividad para modos ballooning (rojo), modos de intercambio (azul) y región con actividad CDC (naranja)

Capítulo 4

Disrupciones internas y actividad sawtooth en el LHD

El concepto de actividad tipo sawtooth en Stellarators ha sido heredado de la fenomenología Tokamak, puesto que presenta algunos patrones de comportamiento afines en ambos dispositivos. Un sistema en donde se exciten este tipo de eventos sufrirá relajaciones periódicas que causarán el desconfinamiento parcial del plasma, comportamiento que se traduce sobre las variables de control como sucesivos remotes y desplomes de sus perfiles. La forma de los perfiles resultantes es semejante en ambos dispositivos, pero no el agente que los genera, puesto que en un Stellarator los gradientes de presión son la fuente principal de inestabilidad mientras que en un Tokamak es la corriente inducida en el plasma. La actividad sawtooth en un Tokamak tiene lugar cuando el factor de seguridad es menor que la unidad cerca del eje magnético, excitándose modos kink que consisten en un retorcimiento de las líneas de campo magnético, que finaliza con una reconexión de las propias líneas de campo causando una reorganización del equilibrio que se extiende desde el núcleo hasta la periferia del plasma [98] [99] [136]. En el caso de un Stellarator la actividad tipo sawtooth no presenta una deficiencia tan universal como en el caso Tokamak, ya que el inductor principal puede ser un modo cualquiera próximo al núcleo del plasma [49] [50]. Se cree que los modos de intercambio localizados entre la región interna e intermedia del plasma son los responsables de esta actividad [115], provocando una reconexión de las líneas de campo magnético. En el dispositivo LHD la actividad tipo sawtooth está asociada a los modos $1/3$, $1/2$ y $1/1$, destacando la debida al modo $1/3$ como la causante de una mayor pérdida de eficiencia por parte del dispositivo, aunque su efecto sobre la estabilidad del plasma es mucho menor que en un dispositivo Tokamak, ya que su excitación no causa cambios significativos en los perfiles de densidad o temperatura ni una intensa reestructuración del equilibrio [105]. Parte del objetivo de este estudio es caracterizar este tipo de actividad de la que no se tienen plena comprensión.

Otro tipo de actividad bajo análisis son las disrupciones internas [48], que se

difencian de la actividad tipo sawtooth por provocar una reestructuración más severa del equilibrio, así como los perfiles de temperatura y densidad, desarrollándose una inestabilidad más intensa. Trabajos precedentes han identificado a modos de intercambio y a modos no resonantes en el núcleo del plasma como los inductores de este suceso, es decir, también se excitan a causa de gradientes de presión. Las disrupciones internas suelen estar asociadas a la actividad tipo sawtooth, puesto que la inducción de esta actividad es precursora o pone fin a cadenas de sucesos tipo sawtooth. Las disrupciones internas no se han observado todavía en el dispositivo LHD, pero dado que otros dispositivos tipo Stellarator como el Heliotron E o el CHS sí presentan este tipo de actividad [48] [50], es posible que en futuros modelos de operación del LHD se den las condiciones para su excitación, por lo que es necesario caracterizar esta actividad con el fin de evitar sus efectos adversos sobre el confinamiento del plasma.

En el dispositivo LHD la actividad tipo sawtooth se observan durante operaciones en configuraciones inward para plasmas con núcleos de alta densidad, sostenidos mediante la inyección intensa de pellets de combustible donde se forman perfiles de presión picudos. En el trabajo presente se ha estudiado la evolución temporal de un equilibrio reconstruido mediante el código VMEC donde se excita un suceso tipo sawtooth. La finalidad es simular sucesos tipo sawtooth y disrupciones internas en el LHD, estudiando sus efectos negativos sobre el confinamiento del plasma y la beta crítica a partir de la que pueden ser inducidos.

4.1. **Introducción a las disrupciones internas y actividad tipo sawtooth en dispositivos Stellarator**

La llamada actividad tipo sawtooth se ha observado no solo en el LHD, sino también en otros Stellarators como el Heliotrón-E [48, 49] o en el CHS [50]. Estos dispositivos sufren además sucesos disruptivos, mucho más negativos para el buen confinamiento del plasma ya que causan una mayor pérdida de energía por parte del sistema. En la operación del LHD no se han observado disrupciones internas, pero no es descartable que existan futuros modelos de operación donde tengan lugar fenómenos semejantes.

A la hora de elaborar un estudio pormenorizado de la actividad tipo sawtooth es necesario distinguir entre equilibrios donde existe una densidad de corriente neta, inducida por la acción de un NBI, o equilibrios donde esta aportación se puede considerar despreciable. Esta es la diferencia primordial entre la actividad sawtooth en Tokamak y Stellarators, puesto que en un Tokamak siempre se dispone de una intensa corriente toroidal neta circulando en el interior del plasma, siendo su efecto desestabilizador mucho más intenso al otorgarle al plasma una mayor

energía libre para excitar inestabilidades.

Como introducción al problema se diferencian dos casos, uno con corriente neta no despreciable y otro con corriente neta despreciable.

4.1.1. Corriente neta despreciable

Estudios previos elaborados en el dispositivo Heliotrón-E localizaron actividad tipo sawtooth y disruptiva en plasmas sin corriente toroidal neta, para operaciones con alta beta, $\beta = 1 - 2\%$ y $B_\zeta = 0.94$ T, calentados por ECRH y NBI co-inyectado, con perfiles de presión ligeramente picudos [49]. En este caso, a diferencia de lo que sucede en el LHD, la densidad de combustible se incrementa mediante gas inyectado sobre la frontera del plasma y no mediante pellets de combustible. Si se estudian algunas de las variables que caracterizan la evolución del plasma a lo largo del experimento, encontramos fluctuaciones con patrones característicos de actividad tipo sawtooth, figura 4.1.

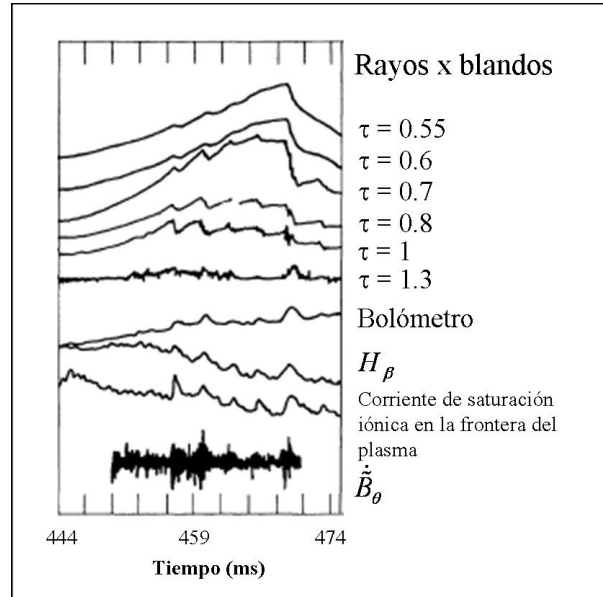


Figura 4.1: Parámetros de operación en el dispositivo Heliotrón E. Perfiles de rayos X blandos en diferentes regiones del plasma, señal del bolómetro, H_β , corriente de saturación iónica en la frontera y oscilación del campo magnético poloidal. [49]

El análisis de la señal de rayos X blandos indica como, para regiones internas del plasma respecto a la superficie magnética donde $\iota = 1.0$, el perfil sufre un desplome que se acentúa según uno se aproxima al núcleo del plasma. Alrededor del tiempo de descarga $t = 469$ ms tiene lugar la caída más abrupta del perfil, que

se identifica con una disrupción interna. Para analizar los efectos de la disrupción en el plasma se recurre a diferentes diagnósticos mostrados en la gráfica 4.1:

- Bolómetro; contabiliza la pérdida de energía del sistema tras el desplome del perfil, alcanzando su máxima variación en el instante de la disrupción interna, con máximos locales tras cada periodo sawtooth.
- Corriente de saturación iónica y línea de emisión de las partículas de Hidrógeno H_β ; estos diagnósticos dan cuenta de la evolución de la frontera del plasma, mostrando como la actividad sawtooth está asociada con una pérdida de energía y partículas por parte del sistema.
- Fluctuaciones en el campo magnético poloidal; los picos de actividad coinciden con los sucesivos picos de actividad sawtooth.

El comportamiento de los perfiles en los diversos diagnósticos comentados son característicos de la actividad sawtooth. En este caso particular, estudios no lineales sobre estabilidad MHD resistiva identifican al modo de intercambio $m = 1$ $n = 1$ como origen de la perturbación, excitada para $\beta_0 = 2 - 5 \%$ según el perfil de presión adoptado, localizando la formación de islas y una intensa deformación de los perfiles de presión en torno a la superficie racional $\iota = 1$ [100], un comportamiento muy similar al que tiene lugar en dispositivos tipo Tokamak.

En este primer estudio se tomó una configuración donde el eje magnético no sufría ninguna deriva significativa por acción del Shafranov Shift. Trabajos más recientes han considerado el efecto de la deriva del eje magnético sobre el comportamiento de la actividad tipo sawtooth y las disrupciones internas, observando un drástico cambio de comportamiento [48]. El estudio se centró en una configuración donde el eje magnético estaba desviado 2 cm respecto a la posición por defecto, provocando un reajuste en los perfiles de la transformada rotacional y del pozo magnético. El calentamiento del plasma se efectuó mediante NBI, aunque su acción inductora de corriente no se consideró en el estudio al no haber un flujo neto significativo de corriente. En el experimento se comprobó como sobre la superficie racional $\iota = 0.5$, no sobre la $\iota = 1$, se generaron disrupciones internas localizadas en el núcleo del plasma, cerca de $r/a = 0.13$. Estas disrupciones internas son excitadas por acción de un modo ideal de intercambio $n = 1$ $m = 2$ de rápido crecimiento sobre la racional $\iota = 0.5$.

4.1.2. Corriente neta no despreciable

En el dispositivo CHS también se ha observado actividad tipo sawtooth [50], aunque el hecho especialmente relevante es que en este caso existe una corriente inducida neta en el plasma, que afectará a la estabilidad de los modos de intercambio. La actividad sawtooth y disruptiva se observa cuando el dispositivo opera en

configuración inward. El uso de NBI implica la inducción de una corriente neta en el plasma, pero su cuantía no es suficiente como para generar inestabilidades cuyo agente principal sea la corriente, pero sí para modificar el perfil de la transformada rotacional, figura 4.2 a, especialmente en el núcleo del plasma. El campo toroidal utilizado es de 0.9 - 1.5 T y una corriente inducida de -10 kA (contra-inyectado o en sentido opuesto a la dirección del campo magnético) hasta 15 kA (co-inyectado o en el sentido del campo), figura 4.2.b.

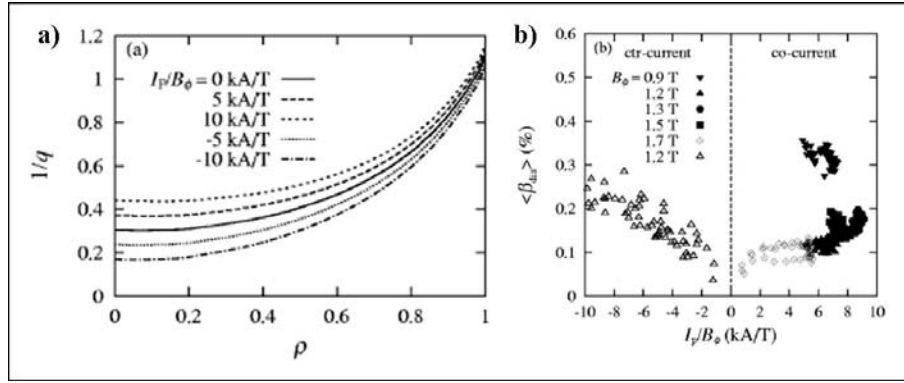


Figura 4.2: (a) Perfil de la transformada rotacional con corriente neta, $I_p < 0$ contra-inyectado, $I_p > 0$ co-inyectado. b) Actividad disruptiva en función de la beta diamagnética y la corriente neta [50].

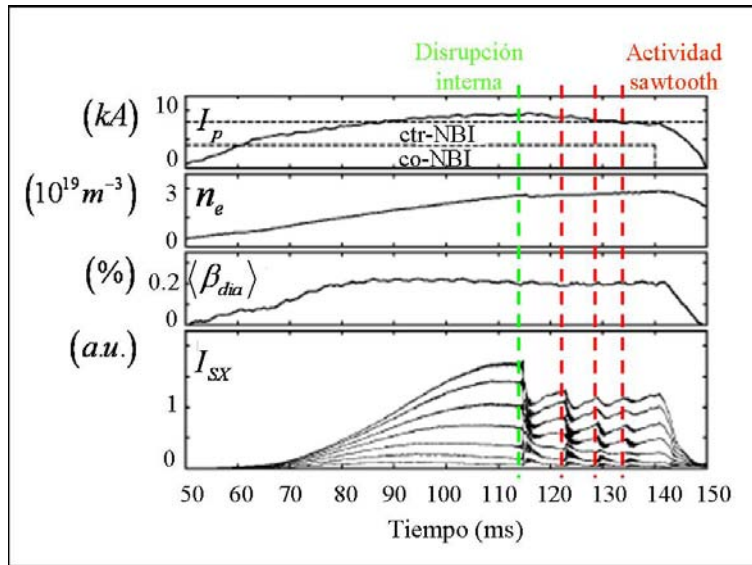


Figura 4.3: Parámetros de operación en el dispositivo CHS con un plasma de alta densidad y corriente toroidal neta. Perfiles de corriente, densidad electrónica, beta diamagnética y radiación de rayos X blandos [50].

El calentamiento del plasma mediante el uso intensivo de NBI implica la inducción de corriente neta del plasma, es decir, un cambio en el movimiento de los electrones y en definitiva del propio momento rotacional del plasma. En la figura 4.2a se aprecia como en el caso contra-inyectado la iota decrece cerca del eje magnético mientras que en el co-inyectado se incrementa, afectando las propiedades de estabilidad del sistema, en concreto a la actividad tipo sawtooth tal y como se observa en la figura 4.2b, dado que no existe actividad tipo sawtooth para el caso contra-inyectado. La figura 4.3 muestra la evolución de varios parámetros en una operación donde se aprecian tanto sucesos tipo sawtooth como una disrupción interna.

4.2. Disrupciones internas y actividad sawtooth en el dispositivo LHD

Entre las posibles configuraciones del LHD atendiendo a la posición del eje magnético en el vacío, es la configuración inward la que ofrece una mejor relación entre la capacidad de almacenamiento de energía y la beta media máxima que el sistema logra alcanzar. Este tipo de configuraciones se caracterizan por disponer de órbitas favorables para las partículas cargadas, al permanecer cerca de las superficies magnéticas mejorando así su confinamiento. Desde el punto de vista de la MHD esta configuración es desfavorable, puesto que el pozo magnético se encuentra próximo al eje magnético, por lo que los modos de intercambio podrían llegar a excitarse al no ser estabilizados por el pozo magnético o la cizalla magnética.

Experimentalmente no se han encontrado efectos perniciosos, solo una degradación local del transporte según se incrementa el valor de la beta del sistema [101], ya que el gradiente de presión cerca de las superficies racionales no excede el límite predicho teóricamente para modos de bajo n , modos especialmente peligrosos porque al ser perturbados dan lugar a inestabilidades dañinas para el sistema. Estos resultados inducen a pensar que existen mecanismos que evitan la excitación de los modos de intercambio [102], o que la inestabilidad se debe a la desestabilización de modos kink [116] [137].

En el dispositivo LHD se ha observado actividad tipo sawtooth bajo determinadas condiciones, en particular tras la inyección de cápsulas de combustible en el plasma para configuraciones con perfil de presión picado [103] en plasmas con corriente toroidal neta intensa [104]. Estas circunstancias se dan en operaciones del LHD con plasma de alta densidad, $n_e > 10^{20} m^{-3}$, para configuraciones inward donde $R_{ax} = 3.55, 3.6$ y 3.65 m. En la gráfica 4.4 [105] se presenta la evolución temporal de los parámetros que describen una operación de esta naturaleza.

El plasma es intensamente calentado tras la inyección de las cápsulas de combustible, que finaliza a los 1.27 s del inicio de la descarga. El campo magnético

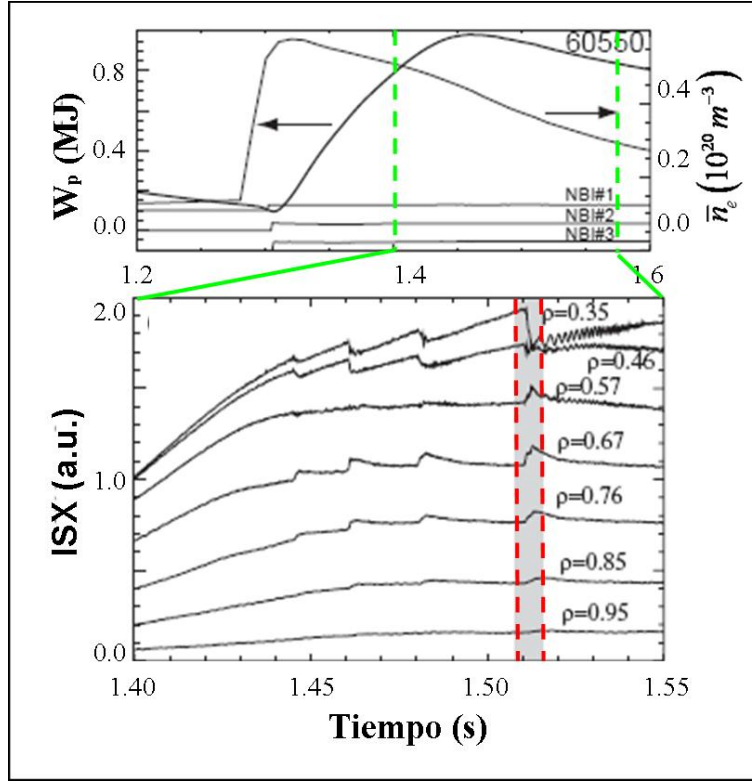


Figura 4.4: Parámetros de operación en el dispositivo LHD. Perfiles de la energía del sistema, densidad electrónica y radiación de rayos X blandos [105].

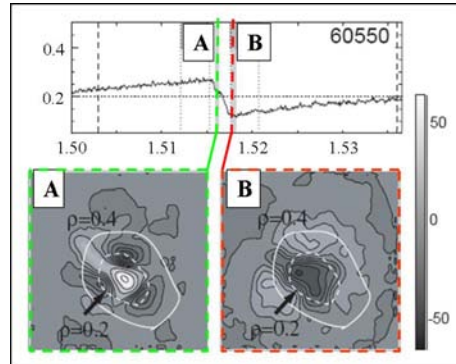


Figura 4.5: Estructura bidimensional del perfil de radiación de rayos X blandos durante un suceso tipo sawtooth. (A) antes del suceso y (B) después del suceso [105].

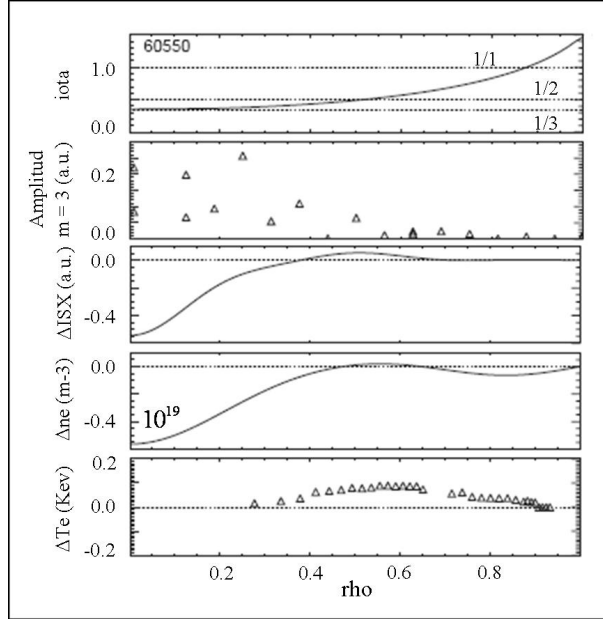


Figura 4.6: Perfil de iota en el inicio del suceso. Amplitud del modo $n = 1$ $m = 3$. Diferencia de la radiación antes y después de la actividad tipo sawtooth, densidad electrónica y temperatura [105].

toroidal sobre el eje magnético es de 2.75 T y el eje magnético se encuentra en $R_{ax} = 3.6$ m.

En la figura 4.4 se observa como el perfil de emisión de rayos X blandos presenta patrones tipo sawtooth entre 1.44 y 1.51 s, cuya actividad está localizada en la región interna del plasma. La densidad electrónica media decrece monótonamente tras el cese de la inyección de pellets, pero la energía almacenada por el sistema no comenzará a reducirse hasta el inicio de la actividad tipo sawtooth.

En la figura 4.5 se focaliza el estudio en la actividad tipo sawtooth, analizando la estructura bidimensional del perfil de rayos X blandos, que reporta información sobre la evolución de los modos dominantes. Antes del suceso, $t = 1.516$ s, la amplitud de fluctuación es máxima, y en la gráfica 4.5 (A) se observa como el modo $n = 1$ $m = 3$ evoluciona durante unos 100 ms deformando la superficie magnética. Después del suceso, 4.5 (B), en $t = 1.518$ s, la estructura triangular con $m = 3$ se expande y alcanza la región $\rho = 0.4$, pasando a dominar el modo $n = 1$ $m = 2$. Cuando el modo satura, se observa un flujo de calor desde el núcleo hacia la periferia, aplanándose el perfil de presión. La emisión de rayos X blandos se incrementa en la zona externa del plasma tras la actividad tipo sawtooth.

A diferencia de la actividad sawtooth observada en configuraciones Tokamak, en Stellarators este suceso no solo está relacionado con la superficie racional $\iota = 1$, si no también con los modos $n/m = 1/3$ y $1/2$, figura 4.6. El perfil de radiación

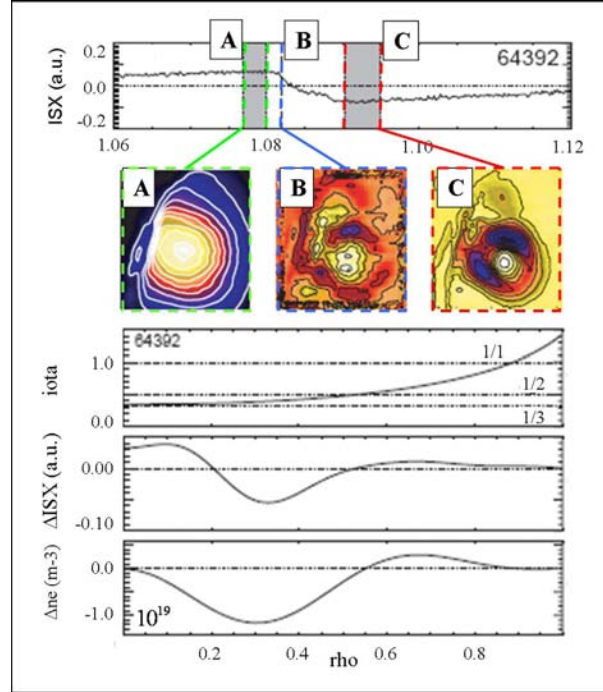


Figura 4.7: Perfil de emisión para rayos X blandos en un suceso tipo sawtooth. Transformada rotacional, variación de la emisividad y densidad electrónica antes y después del suceso [105].

de rayos X blandos indica que el cambio está localizado en el núcleo del plasma y como subsisten oscilaciones $m = 3$ con amplitudes largas tras el suceso.

Cerca de $\rho = 0.5$, la diferencia entre la radiación antes y después del suceso alcanza el 25 % y de un 10 % para la densidad electrónica. La temperatura electrónica no afecta de manera importante a la radiación de rayos X blandos, ya que varía poco durante el suceso.

Además de la actividad tipo sawtooth inducida por el modo $m = 3$, existe otro tipo de suceso relacionado con el modo $m = 2$, cuyo efecto está localizado entre $0.2 < \rho < 0.5$. Algunas de sus propiedades están recogidas en la figura 4.7.

Se ha observado que el efecto de la corriente toroidal neta presente en el plasma, inducida por el intenso calentamiento mediante NBI, es significativo para la estabilidad del sistema. La gráfica 4.8A resume la acción desestabilizadora de la corriente toroidal neta inducida en el plasma. La actividad tipo sawtooth presenta mayor número de sucesos cuando la corriente es contra-inyectada ($I_p < 0$) en el plasma, pero también existen sucesos sawtooth para el caso co-inyectado e incluso para corriente neta nula. En la simulación se consideró un escenario con corriente toroidal neta nula, ya que como se muestra en la figura 4.8A la actividad sawtooth también se excita en estas circunstancias. Otro dato que se obtiene de esta gráfica es que, en aproximación, solo por encima de un gradiente de presión que exceda el

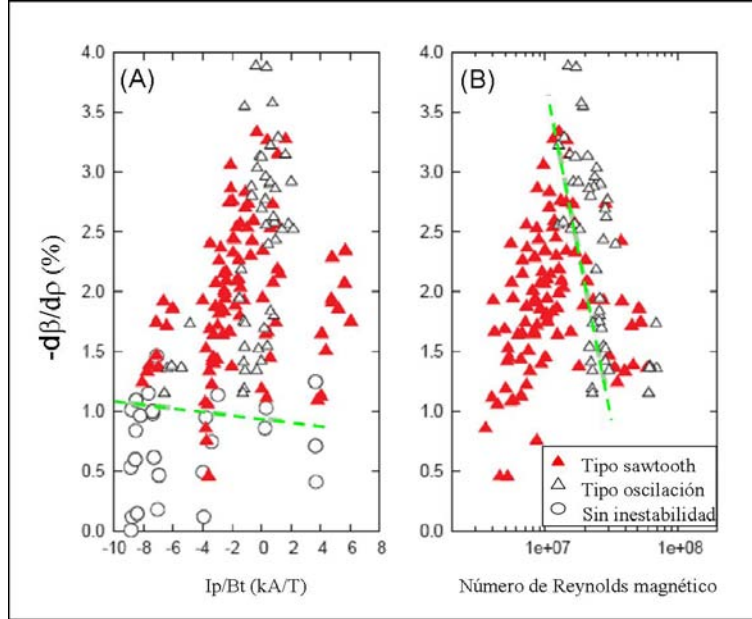


Figura 4.8: Gráfica (A), gradiente de presión respecto a la corriente toroidal neta en $\rho = 0.5$ (región de actividad tipo sawtooth sobre la línea punteada). Gráfica (B), gradiente de presión frente al número de Reynolds magnético (región punteada indica región de remisión de actividad sawtooth) [105].

1 % se generará actividad tipo sawtooth.

Otro elemento a analizar es la resistividad del plasma, que viene caracterizada por el número de Reynolds magnético del sistema, gráfica 4.8B, que se define como $S = UL/\eta$ donde U es la velocidad del plasma, L la longitud característica del sistema y η la resistividad; si $S \gg 1$ la difusión es poco importante respecto a la longitud característica del sistema y las líneas de campo magnético son adveccionadas por el flujo magnético. Se comprueba como para valores menores de $S = 10^7$ la actividad tipo sawtooth es dominante frente a otra clase de comportamiento cuyo estudio cae fuera de los objetivos de este trabajo. En la simulación realizada se ha tomado un valor del número de Reynolds magnético de $S = 10^5$, por lo que se asegura que este factor favorezca la excitación de sucesos tipo sawtooth. Por otro lado, la actividad sawtooth está asociada a fenómenos de reconexión magnética, que tendrán lugar con mayor facilidad según el plasma sea más resistivo. En la simulación es posible apreciar estas reconexiones tras la superposición de islas magnéticas a lo largo del plasma.

El estudio de las disrupciones internas y la actividad tipo sawtooth es especialmente relevante en operaciones donde se generen núcleos de alta densidad. Con el fin de evitar colapsos de densidad, tal y como se comentó en la primera parte de este trabajo, la operación del LHD debe partir de una configuración donde el eje magnético en el vacío no esté demasiado derivado hacia el exterior del toro, pero

a su vez se ha comprobado experimentalmente que en configuraciones inward y ligeramente outward se excita actividad tipo sawtooth, figura 4.9. Por este hecho, el estudio anterior de los modos ballooning en configuraciones outward es complementado por el estudio de la actividad disruptiva y tipo sawtooth, puesto que la optimización del LHD para su funcionamiento en operaciones de alta densidad y beta pasa por evitar los colapsos de densidad y minimizar el efecto perjudicial de la actividad tipo sawtooth, además de la posible excitación de disrupciones internas.

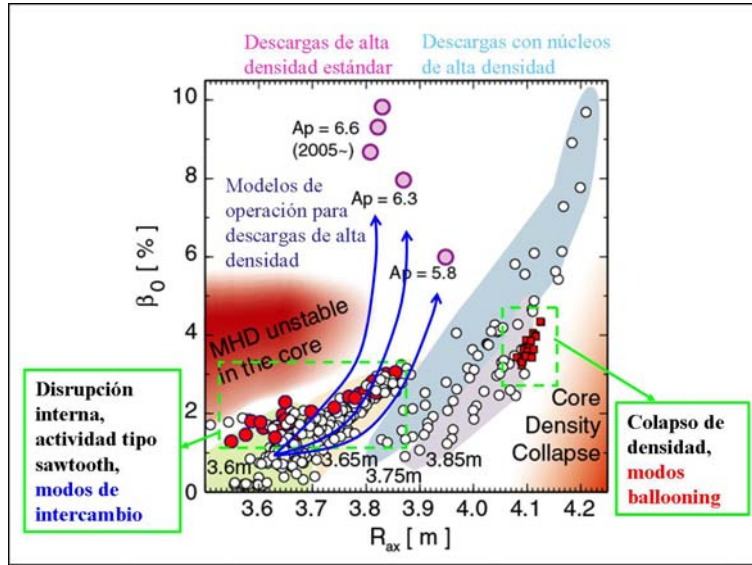


Figura 4.9: Operaciones para descargas de alta densidad en el LHD. Se muestran puntos de operación experimental para descargas de alta densidad (rosa), con núcleos de alta densidad (sombreado azul). Los círculos rojos indican actividad tipo sawtooth, los cuadrados colapsos de densidad. Las flechas azules muestran trayectorias de operación que pretenden optimizar operaciones de alta densidad en el LHD.

4.3. Simulación de actividad sawtooth y disrupciones internas

En este trabajo se desarrolla un análisis no lineal y resistivo mediante el código FAR-3D [121] [apéndice C], que consiste en hacer evolucionar en el tiempo un equilibrio reconstruido mediante el código VMEC antes y después de un suceso tipo sawtooth, que por simplicidad se denominarán en lo sucesivo caso I y II respectivamente. El procedimiento adoptado ha consistido en reiniciar ambos equilibrios tomando la mitad del valor de la beta original del experimento, analizando para diferentes valores de beta el comportamiento del sistema, que viene descrito por

autofunciones como la presión o el campo magnético, comprobando si se desarrollan sucesos disruptivos y tipo sawtooth. En una segunda parte se analizan las características de estos sucesos y se define bajo que condiciones pueden llegar a excitarse. Finalmente se aplican las conclusiones del trabajo para esclarecer como afectan estos sucesos sobre la capacidad de confinamiento del dispositivo LHD y como cabe mejorar su eficiencia.

4.3.1. Modelo. Ecuaciones MHD resistivas

En el código FAR-3D se resuelve el sistema de ecuaciones reducidas resistivas [Apéndice C], que es una simplificación del modelo MHD donde el comportamiento del sistema viene descrito por la evolución del flujo poloidal ψ , de la vorticidad U y la presión p . Para que esta aproximación tenga validez han de cumplirse las siguientes condiciones:

- Alta razón de aspecto; el LHD su valor es aproximadamente 7.
- Valores de beta intermedios; para los equilibrios utilizados en el estudio de la actividad tipo sawtooth y tipo disruptiva, el valor de la β_0 es de 1.48 % en el caso I y de 1.25 % en el II.
- Variación de campo lenta.
- Pequeña resistividad.

El conjunto de ecuaciones del modelo no está promediado sobre el ángulo toroidal y se utiliza el equilibrio tridimensional exacto para su resolución. Bajo las consideraciones anteriores el campo magnético y de velocidades se puede escribir como:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \sqrt{g} \vec{\nabla} \zeta \wedge \vec{\nabla} \phi \\ \vec{B} &= \vec{\nabla} \zeta \wedge \vec{\nabla} \psi\end{aligned}$$

donde ϕ es la función de corriente proporcional al potencial electroestático y ζ es el ángulo toroidal en coordenadas de Boozer (ρ, θ, ζ) , con θ el ángulo poloidal y ρ la coordenada radial generalizada proporcional a la raíz cuadrada del flujo toroidal, normalizada a la unidad en la frontera. Toda variable (A) se escribe como la suma de dos términos, uno que representa el equilibrio y otro a la perturbación, de manera que $A = A_{eq} + \tilde{A}$.

Las ecuaciones reducidas en su forma adimensional son:

$$\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial t} = \nabla_{||} \Phi + \eta \tilde{J}_{\zeta}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} U + S^2 \left[\frac{\beta_0}{2\epsilon^2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \theta} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \rho} - \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right) + \nabla_{\parallel} J^{\zeta} \right] \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} p\end{aligned}$$

donde la vorticidad se define como:

$$U = \sqrt{g} \left[\vec{\nabla} \wedge \sqrt{g} \vec{v} \right]^{\zeta}$$

siendo η la resistividad, S el número de Reynolds magnético, J_{ζ} es la componente toroidal de la densidad de corriente, $\epsilon = a/R_0$ es la inversa de la relación de aspecto, \sqrt{g} es el Jacobiano de la transformación de coordenadas y ρ_m es la densidad de masa. El operador ∇_{\parallel} representa la derivada en la dirección paralela al campo magnético y se escribe como:

$$\nabla_{\parallel} = \frac{\partial}{\partial \zeta} + \iota \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

Toda las distancias están normalizadas al radio menor a , la resistividad y la presión a su valor sobre el eje magnético y el tiempo al tiempo resistivo $\tau_r = a^2 \mu_0 / \eta_0$. El valor del número de Reynolds magnético S es la razón entre el tiempo resistivo y el tiempo poloidal de Alfvén $\tau_{hp} = R_0 (\mu_0 \rho_m)^{1/2} / B_0$, siendo B_0 el valor promedio del campo magnético sobre el eje magnético.

4.3.2. Fundamentos del análisis

Si se estudia con detenimiento la evolución de perfil de la transformada rotacional, se comprueba como, a pesar de que sufre deformaciones cerca del eje magnético, su valor no decrece por debajo del valor $\iota = 1/3$ más que en instantes puntuales de su evolución y solo para los valores originales de la beta del experimento; en el resto de los casos el modo $n = 1$ $m = 3$ se mantiene fuera del plasma, es decir, su aportación a la estabilidad del sistema es la de un modo no resonante [115]. Este hecho implica que exceptuando sucesos particulares su efecto se verá plasmado de manera indirecta en la estabilidad del sistema, como un agente perturbador de las superficies racionales que sí están presentes en el plasma. Por tanto, para incluir el efecto no resonante del modo $n = 1$ $m = 3$ hay que tener en cuenta los acoplos helicoidales entre modos, es decir, todas aquellas familias de modos con igual helicidad evolucionan de manera conjunta y cualquier perturbación que sufra un integrante de esta familia será transmitida al resto de los modos. Los acoplos entre modos son lineales si solo existen términos cruzados del equilibrio y perturbaciones, y serán no lineales cuando pueden existir también términos cruzados solo del equilibrio o solo de perturbación. En el caso del

dispositivo LHD, los familias de modos helicoidales principales del equilibrio se corresponden a los números toroidales $n = 0, 10, 20, \dots$ porque el periodo de las bobinas del LHD es 10. En este trabajo solo se han considerado acoplos toroidales, es decir, solo se tienen en cuenta los acoplos entre aquellas familias de modos con igual número toroidal, puesto que incluir todos los acoplos helicoidales supone un incremento notable del coste computacional, y los objetivos de este trabajo se pueden satisfacer aunque se adopte esta aproximación. Numéricamente el acoplo entre modos tiene lugar cuando se resuelven en el código las convoluciones entre elementos lineales o no lineales en el espacio de Fourier, como por ejemplo en el acoplo de los modos $n = n_1$ y $m = m_1$ con $n = n_2$ y $m = m_2$ de la función de la presión:

$$p_{n_1, m_1} \cdot p_{n_2, m_2} = \tilde{p}_{n_1, m_1} \cdot \tilde{p}_{n_2, m_2} \frac{1}{2} \cos[(m_1 \pm m_2)\theta + (n_1 \pm n_2)\zeta]$$

la convolución de los modos (n_1, m_1) y (n_2, m_2) afecta a terceros modos, en concreto a los modos $(n_1 \pm n_2, m_1 \pm m_2)$, por lo que su evolución está correlacionada.

Si se hace evolucionar linealmente el caso I en dos simulaciones distintas, sin acoplos toroidales (tomando solo la componente del equilibrio $m = 0$ $n = 0$, aproximación cilíndrica) y con acoplos toroidales ($n = 0$ y $m = 1 - 5$), se aprecian claras diferencias tal y como se muestra en las figuras 4.10 y 4.11 respectivamente.

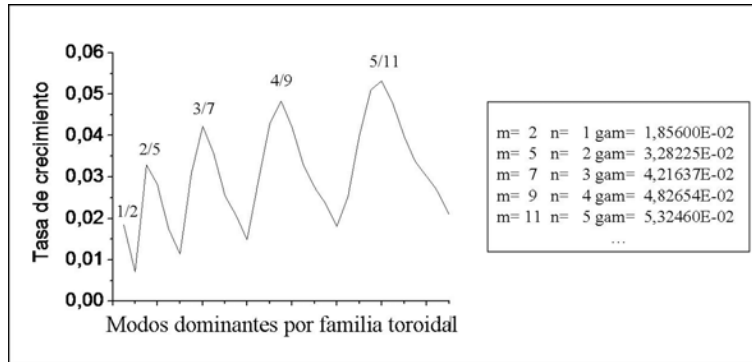


Figura 4.10: Tasa de crecimiento lineal en el caso en aproximación cilíndrica.

En la simulación en aproximación cilíndrica $n = 1$ $m = 3$ es estable porque está fuera del plasma y solo el modo con $m = 2$ es inestable para la familia con $n = 1$; como no existen acoplos la perturbación no se propaga a los demás modos de la familia toroidal. En el caso con acoplos toroidales el comportamiento cambia, la perturbación sí se propaga, por lo que ya no se puede hablar de tasas de crecimiento de modos individuales sino de familias de modos con igual número toroidal, lo que modifica esencialmente la evolución tanto lineal como no lineal del sistema, permitiendo que el efecto desestabilizador del modo $m = 3$ sea incluido en el análisis.

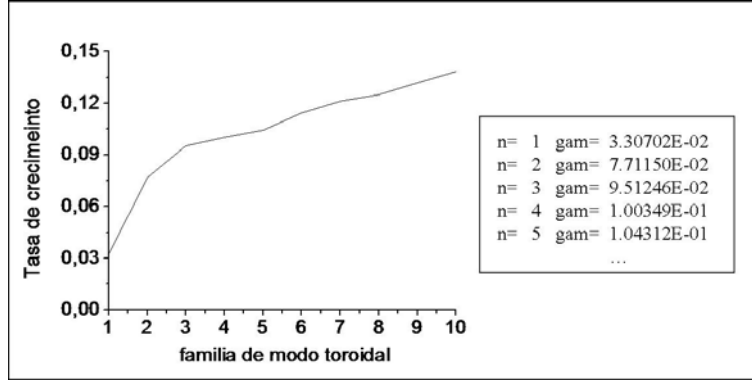


Figura 4.11: Tasa de crecimiento lineal caso I con acoplos toroidales.

Una vez comentada la importancia de introducir los acoplos toroidales en el estudio, se ha de explicar el procedimiento seguido a la hora de evolucionar los equilibrios tomando a la beta del sistema como la variable principal de análisis. La simulación se divide en seis periodos, cada uno con un valor de beta que se irá incrementando paulatinamente hasta alcanzar el valor original de este parámetro. El valor de inicio es la mitad del experimental y se irá incrementando en cada paso un valor de $0.1\beta_0$ hasta alcanzar el original, es decir, $\beta_{simulacion} = C \cdot \beta_{original}$, donde $C = 0.5-1.0$. El paso a una beta mayor tiene lugar cuando el sistema alcanza la saturación o cuando ya se han observado los fenómenos de interés que pretende simular este estudio.

Otro elemento a tener en cuenta en la simulación es la presencia de difusividad en las ecuaciones. El papel de la difusividad es provocar que los modos de familias con número toroidal alto actúen como sumideros de energía, permitiendo que el sistema alcance un estado de saturación, actuando como un factor estabilizador que se encargan de disipar parte de la energía del sistema que de otra manera se utilizaría para excitar inestabilidades. Para una selección óptima del parámetro disipativo se estudiaron varias posibilidades, figura 4.12, concluyendo que la solución simplifica de adoptar un valor constante para todas las familias toroidales aporta una aproximación suficientemente buena para los objetivos del presente trabajo.

Según el estudio de la difusividad, si se adopta un valor pequeño para la difusividad, $D = 0.0125$, no será eficiente para estabilizar los modos con n altos, pero tampoco modifica la tasa de crecimiento de los modos con n bajos, que no deseamos que se vean afectados ya que contienen la información principal de la inestabilidad al ser los modos dominantes. Si se adopta un valor constante para la difusividad aplicada a la presión, $D_p = 1.25$, y la difusividad aplicada a la vorticidad, $D_u = 0.75$, tanto para el caso I como II, se observa que esta selección implica una intensa modificación de la tasa de crecimiento para modos con $n > 3$, provocando su rápida estabilización. A pesar de este hecho, si se repara

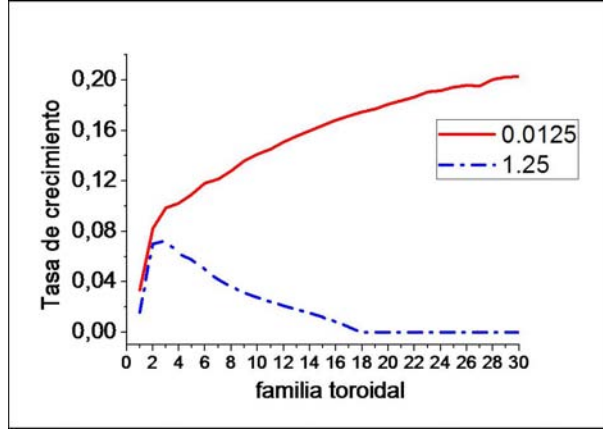


Figura 4.12: Estudio del efecto de dos difusividades distintas sobre la tasa de crecimiento de la inestabilidad.

en el comportamiento de los modos con $n = 1, 2, 3$, el efecto estabilizador sobre ellos no es demasiado intenso. Dado que las familias de modos con $n < 4$ son las dominantes, es factible adoptar este valor simplificado para la difusividad, porque todavía salvaguarda la información fundamental de la inestabilidad excitada.

Si se pretenden estudiar sucesos tipo sawtooth y disrupciones internas se requieren tiempos de simulación largos, pero en periodos extensos los perfiles de las variables principales decaerán lentamente. Para evitar este efecto se utiliza una fuente que ceda energía al sistema, o lo que es lo mismo, se evita que los perfiles caigan bajo su valor promedio original. La pauta utilizada es comparar el perfil de la presión de equilibrio en su evolución respecto al perfil original, y mediante cálculo integral hallar el área subtendida bajo la curva regulando así la inclusión de energía en el sistema, aplicando una fuente de perfil gaussiano cerca del eje magnético a la que se le puede ajustar tanto el máximo como su anchura. La gráfica 4.13 muestra un resumen del estudio donde se pondera el ritmo de pérdida de energía por parte del sistema para cada valor de beta.

La tasa de pérdida de energía se incrementa según la beta del sistema crece. Durante la simulación la fuente no solo se debe adecuar a las pérdidas de energía debida a la beta, sino también a las necesidades puntuales de un equilibrio dinámico que en su evolución sufrirá inestabilidades que provocarán un incremento de las pérdidas. Estos ajustes se han efectuando de manera que el perfil promedio sufriese la menor modificación posible.

A la hora de seleccionar los modos en la simulación, se ha optado por optimizar la resolución entre las racionales que están directamente relacionadas con el fenómeno bajo estudio, es decir, seleccionando aquellos modos para los valores de la transformada rotacional entre $\iota = 1/3$ y 0.5 . Para n bajas se ha ampliado esta selección y se han incluido modos hasta $\iota = 1$. En total se han seleccionado

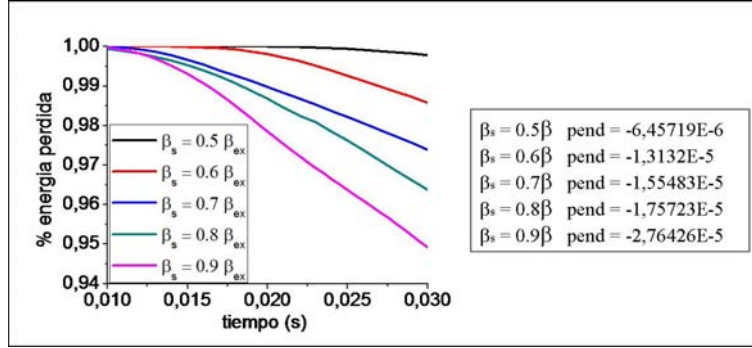


Figura 4.13: Estudio de la pérdida de energía atendiendo a la beta del sistema. La tabla indica la regresión lineal a la que se ajustan los datos. Cada línea representa un valor distinto de la β_0 .

509 modos dinámicos y 5 modos de equilibrio para las familias de modos entre $n = 1 - 30$ y $n = 0$ respectivamente.

Los resultados del estudio que se muestran en el próximo apartado están organizados según en valor de la beta de la simulación, analizando la evolución del caso I y II. La tabla 4.14 resume algunos parámetros relevantes de la simulación para cada equilibrio, indicando que se trata de una configuración inward del LHD en una operación con alto campo magnético y beta moderada. Otro dato a tener en cuenta es la caída del valor de la beta tras el suceso disruptivo, que indica una pérdida de la capacidad del sistema para almacenar energía.

Caso I	Caso II
$B_o = 2.67 \text{ T}$	$B_o = 2.69 \text{ T}$
$\beta_o = 1.48 \%$	$\beta_o = 1.25 \%$
$R_o = 3.69 \text{ m}$	$R_o = 3.67 \text{ m}$

Figura 4.14: Parámetros de la simulación para los casos I y II. Campo magnético, beta sobre el eje magnético y posición del eje magnético.

Otro dato importante es el perfil de la presión de caso I y II, figura 4.15. Después de la actividad tipo sawtooth el perfil es algo más ancho que antes del suceso, más plano en la proximidad del eje magnético. Este hecho afecta a la transformada rotacional del sistema, y a su vez, a su capacidad para excitar inestabilidades tal y como se comprueba en la simulación. En la figura 4.15 se muestra también el perfil de la cizalla y de la curvatura magnética, que son casi iguales para ambos

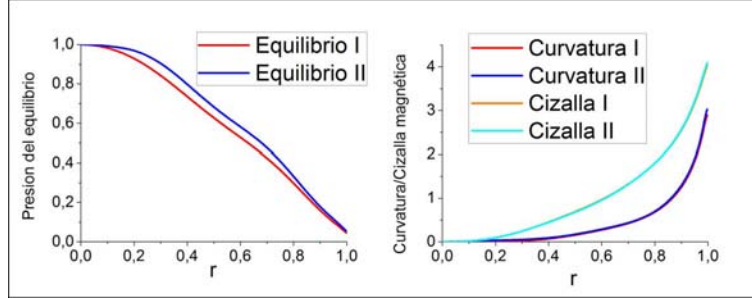


Figura 4.15: Perfiles de presión, curvatura y cizalla magnética en el caso I y II.

casos.

En el LHD el tiempo resistivo es del orden de los segundos, por lo que se ha identificado un segundo de tiempo resistivo con un segundo de tiempo real del experimento, hecho que permite comparar los resultados de la simulación con los datos experimentales.

4.3.3. Resultados

Los valores específicos de la β_0 para cada periodo en los casos I y II se indican en la figura 4.16.

	β_0	
Periodo	Caso I	Caso II
A	7.42E-03	6.25E-03
B	8.90E-03	7.50E-03
C	1.04E-02	8.74E-03
D	1.19E-02	9.99E-03
E	1.34E-02	1.12E-02
F	1.48E-02	1.25E-02

Figura 4.16: Valores de β_0 para cada periodo de simulación en los casos I y II.

Como primer resultado, en la evolución de la energía cinética y magnética para los casos I y II, se identifica el paso de un periodo a otro de la simulación como un cambio abrupto en el valor medio de las oscilaciones de los perfiles, gráficas 4.17 y 4.18.

Durante los periodos A y B para ambos casos y también en el periodo C para el caso II, la energía magnética alcanza un estado de saturación con punto

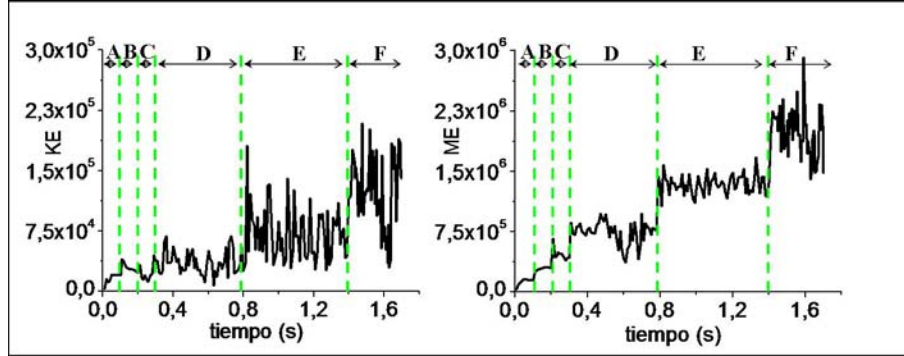


Figura 4.17: Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) para el caso I. Las trazas verdes identifican periodos con valores de beta distintos.

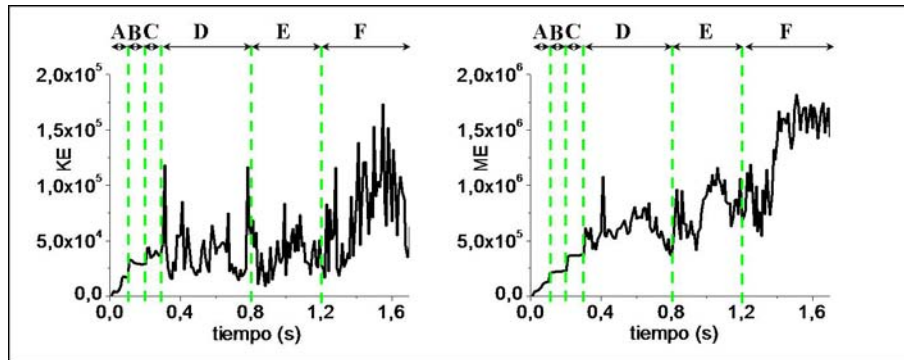


Figura 4.18: Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) para el caso II. Las trazas verdes identifican periodos con valores de beta distintos.

fijo. Como la energía magnética es la dominante al ser un orden superior a la cinética, la energía total se mantiene aproximadamente constante, por lo que no se van a desarrollar sucesos de naturaleza cíclica. Este comportamiento cambia radicalmente para betas mayores, donde el sistema sí presenta oscilaciones, sucesos que serán estudiados individualmente y comparados con la actividad tipo sawtooth y disruptiva.

Durante la excitación de una disrupción interna la energía del sistema presenta estas dos pautas:

- Un abrupto incremento seguido de una rápida caída de la energía magnética. En el sistema hay suficiente energía almacenada como para excitar una inestabilidad violenta, provocando que el sistema evolucione a un estado más estable de menor energía.
- Un súbito incremento de la energía cinética; la pérdida de capacidad de confinamiento del dispositivo provoca un incremento del transporte de energía

hacia la zona externa del plasma.

Estas condiciones se cumplen en instantes determinados durante los periodos D y E de la simulación. En lo sucesivo, en vez de estudiar la evolución de la energía magnética total, se analiza la evolución de la energía asociada a los modos dominantes de manera individualizada, porque de esta manera es más sencillo visualizar si algún suceso oscilatorio está teniendo lugar.

Para el caso de un suceso tipo sawtooth, su excitación está relacionada con repuntes y caídas locales de la energía magnética y cinética, pero son oscilaciones mucho menos intensos que en fenómenos disruptivos. Este comportamiento se reproduce en los periodos D, E y F de la simulación.

El análisis de los datos se fundamenta en una serie de diagnósticos que permiten caracterizar los diferentes sucesos que tiene lugar a lo largo de la simulación:

- Evolución del perfil de presión; muestra las deformaciones que sufre el perfil de presión debido a la presencia de una superficie racional desestabilizada [102]. Un aplanamiento en el perfil implica que en esa región del plasma se está desarrollando una inestabilidad. Se define como la suma de la presión del equilibrio y la componente $n = 0$ $m = 0$ de la presión (presión promedio sobre la superficie de flujo): $p_{eq}(\rho) + p_{00}(\rho)$.
- Evolución del perfil de la transformada rotacional; permite reconocer donde se localizan las superficies racionales a lo largo del plasma. Se define como: $\iota_{eq}(\rho) + \iota_{00}(\rho)$.
- Evolución de la energía cinética y magnética de los modos dominantes; aquellos modos con mayor energía provocan inestabilidades más violentas en su superficie racional asociada. La existencia de intensas oscilaciones y una rápida transferencia de energía entre modos indica que se está desarrollando algún tipo de suceso en la simulación.
- Sección poloidal de la presión; este diagnóstico localiza las regiones del plasma donde los gradientes de presión son más acentuados, ya que serán las más susceptibles de desarrollar una inestabilidad. También permite relacionar la perturbación con las islas magnéticas presentes en el interior del plasma. Este estudio se realiza en tres versiones complementarias:
 - Presión perturbada; desviación de la presión respecto a su valor en el equilibrio:

$$\tilde{p} = \sum_{n,m} \tilde{p}_{n,m}(\rho) \cos(m\theta + n\zeta)$$

- Presión perturbada sin la componente promediada sobre la superficie de flujo:

$$p - \langle p \rangle = \sum_{n,m \neq 0,0} \tilde{p}_{n,m}(\rho) \cos(m\theta + n\zeta)$$

- Presión completa; es el valor reconstruido de la presión que permite una comparación directa con los resultados experimentales e indica el grado de deformación de las superficies de flujo:

$$p = p_{eq} + \sum_{n,m} \tilde{p}_{n,m}(\rho) \cos(m\theta + n\zeta)$$

- Distribución de las islas magnéticas para los modos con helicidad dominante; siguiendo varias líneas de campo magnético en dirección toroidal se localizan aquellas regiones aisladas del resto del plasma llamadas islas magnéticas. Se calcula integrando las líneas de campo magnético alrededor del toro y se obtienen los denominados contornos de Poincaré para cada familia helicoidal. La existencia de regiones con perfiles de cizalla magnética planos o la presencia de superficies racionales desestabilizadas provoca que la anchura de las islas aumente, llegando a ser suficientemente extensas como para que islas de diferente helicidad se superpongan, causando la ruptura de las superficies magnéticas próximas y la aparición de regiones estocásticas donde las líneas de campo magnético cubren todo el volumen del plasma [138], hecho que se traduce en un desconfinamiento parcial del plasma. La estructura de las superficies magnéticas se recupera cuando el perfil de la transformada rotacional se modifica, reduciéndose la anchura de las islas al incrementarse la cizalla magnética y decrecer el efecto desestabilizador de las superficies racionales cercanas, teniendo lugar una reconexión magnética.

A continuación se resumen los sucesos más relevantes observados a lo largo de cada periodo de la simulación. Entre ellos se encuentran sucesos tipo sawtooth no resonantes asociados al modo 1/3 para $\beta_0 \geq 1\%$ (periodos D - F), tipo sawtooth resonantes sobre la superficie racional 1/3 para $\beta_0 = 1.48\%$ (periodo F) y disrupciones internas sobre la superficie racional 1/2 para $\beta_0 = 1 - 1.12\%$ (periodo D del caso I y periodos D y E del caso II).

Periodos A y B. Equilibrios saturados

El estado de saturación que alcanza el sistema se aprecia en el estudio de la evolución individual de los modos dominantes, figura 4.19, para los casos I y II. La energía de los modos individuales satura rápidamente y el sistema alcanza un estado estacionario con punto fijo. Atendiendo tanto a la energía cinética como magnética, hay un dominio claro del modo $n/m = 1/2$ para ambos casos, seguido

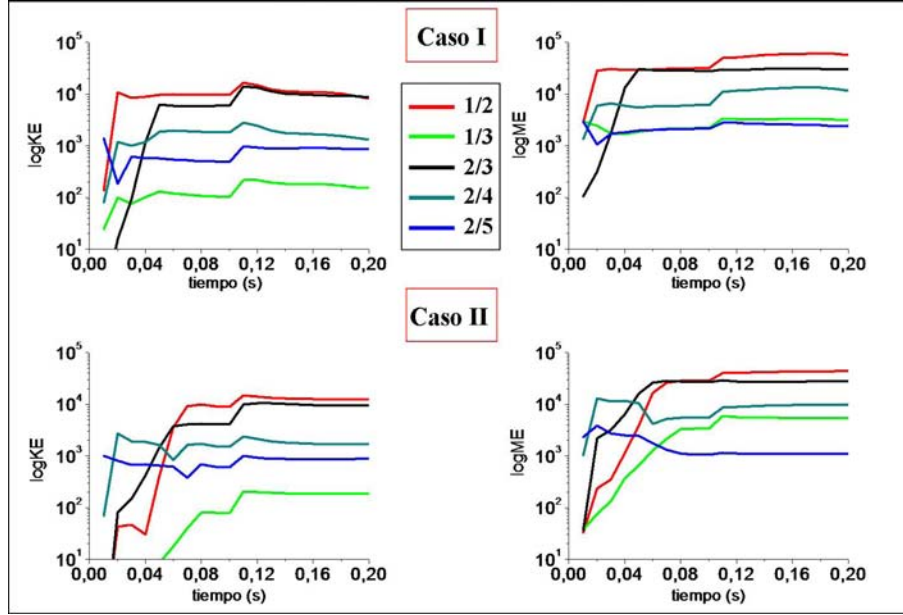


Figura 4.19: Evolución de la energía magnética (derecha) y cinética (izquierda) de los modos dominantes para el caso I (arriba) y II (abajo). Periodo A y B.

en importancia por el modo $2/3$ y en menor medida por el $2/4$. El modo $1/3$ es relevante solo en la evolución de la energía magnética.

Para localizar las superficies racionales susceptibles de excitar inestabilidades, se analiza como evoluciona el perfil de presión y de la transformada rotacional, figura 4.20. Los perfiles de presión son similares y presentan deformaciones sobre las mismas superficies racionales, asociadas a los modos $n/m = 2/5, 1/2$ y $2/3$. Se han utilizado valores promedio porque el sistema no sufre sucesos oscilatorios en los periodos A y B. En lo sucesivo en el plasma se diferencian tres zonas; la región interna (hasta $\rho = 0.4$), intermedia (entre $\rho = 0.4$ y $\rho = 0.6$) y periférica (para $\rho > 0.6$). Las superficies racionales $2/5$ y $3/8$ afectan a la estabilidad de la región interna, los modos $3/7$ y $1/2$ a la intermedia y la $2/3$ actúa en la periferia. El modo $1/3$ afecta tanto a la región interna como intermedia del plasma, dependiendo de si está localizado dentro o fuera del plasma, es decir, según su efecto sea resonante o no resonante.

Una vez se conoce que superficies racionales son inestables y donde ejercen su efecto desestabilizador, se estudia el comportamiento de la presión en una sección poloidal del toro, figura 4.21.

En las gráficas (a) y (b), presión perturbada sin el término promedio, en la región interna del plasma existen estructuras mejor definidas en el caso I que para el caso II; la deformación de la presión en el caso II enlaza la región interna e intermedia del plasma, lo que favorece el flujo de energía hacia la región periférica del dispositivo empeorando su capacidad para confinar el plasma. Las gráficas

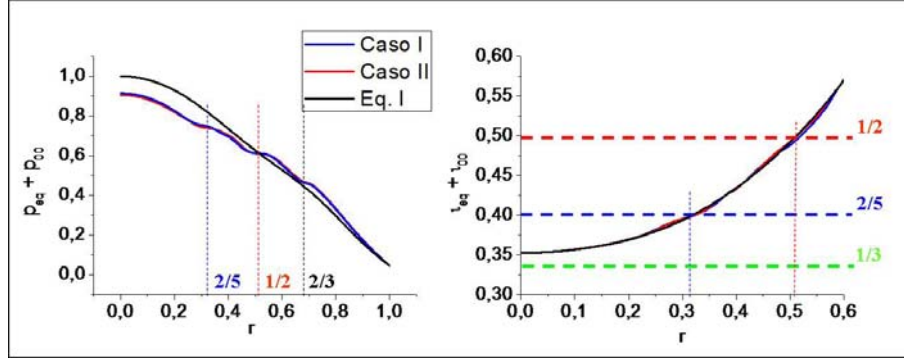


Figura 4.20: Evolución del perfil de presión (izquierda) y de la transformada rotacional (derecha), casos I y II. Las líneas rectas punteadas indican donde se localizan las racionales principales. Periodo A y B.

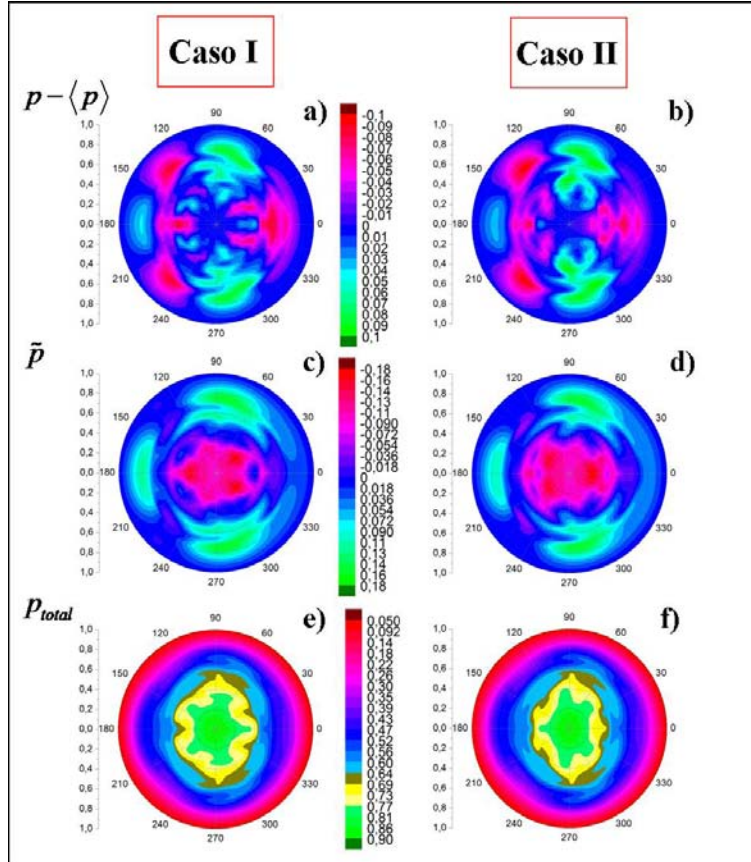


Figura 4.21: Sección poloidal de la presión en los casos I (izquierda) y II (derecha) en el periodo A y B. Las gráficas (a) y (b) representan la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo, (c) y (d) la presión perturbada, (e) y (f) el valor completo de la presión.

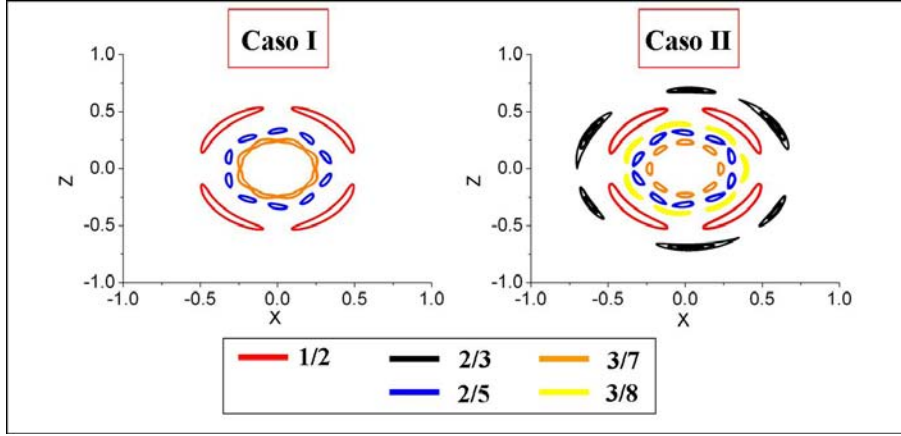


Figura 4.22: Formación de islas magnéticas para las helicidades dominantes en el caso I (izquierda) y II (derecha). Periodo A y B.

(c) y (d), presión perturbada, tienen patrones semejantes en la región periférica del plasma, pero el comportamiento es diferente en la zona interna, ya que en el caso II la deformación en la región interna alcanza casi la intermedia, existiendo un gradiente de presión más intenso que en el caso I, donde ambas zonas están mejor diferenciadas. En las gráficas (e) y (f) la deformación de las superficies de flujo es similar en ambos casos. En síntesis, en el caso I la inestabilidad inicia su desarrollo entre la región intermedia e interna del plasma, mientras que en el caso II la inestabilidad ya es suficientemente intensa como para conectar el núcleo con regiones externa y favorecer el transporte de energía a la periferia, decreciendo la eficiencia del dispositivo a la hora de confinar el plasma.

Para mejorar la caracterización de las fases de evolución de la inestabilidad, es útil analizar la estructura de las islas magnéticas asociadas a las helicidades dominantes, figura 4.22. En el caso I hay islas con helicidades $n/m = 1/2$ y $3/7$ en la región intermedia junto con islas $2/5$ en la zona interna del plasma. La anchura de las islas es pequeña y no están solapadas ni próximas entre ellas, indicando que el transporte entre el núcleo y la zona intermedia no está favorecido. A su vez, dado que no existen islas que conecten la zona intermedia con la periferia del plasma, el transporte también se reduce hacia esta región. En el caso del caso II sucede lo contrario; el transporte a lo largo de todo el plasma es mayor por haber islas de diferentes helicidades próximas, debido no solo al incremento de la anchura de las islas, si no también a la aparición de islas adicionales con helicidad $2/3$ y $3/8$. Este resultado ejemplifica las diferencias entre los casos I y II; en el caso I la inestabilidad todavía está en fase de crecimiento mientras que en II la inestabilidad ya se ha desarrollado, enlazando regiones adyacentes del plasma e incrementando el flujo de energía hacia la periferia.

En función de los resultados anteriores, el sistema alcanza un estado de satu-

ración estacionario con punto fijo para $\beta_0 \leq 0.9\%$, desarrollandose inestabilidades debidas principalmente a la desestabilización de la superficie racional $1/2$ en la zona intermedia y de la $2/5$ en la región interna del plasma. La influencia no resonante del modo $1/3$ en estos periodos es despreciable.

Periodo C

Según el análisis de la energía cinética y magnética para los modos dominantes, figura 4.23, el sistema no alcanza un estado de saturación con punto fijo para el caso I.

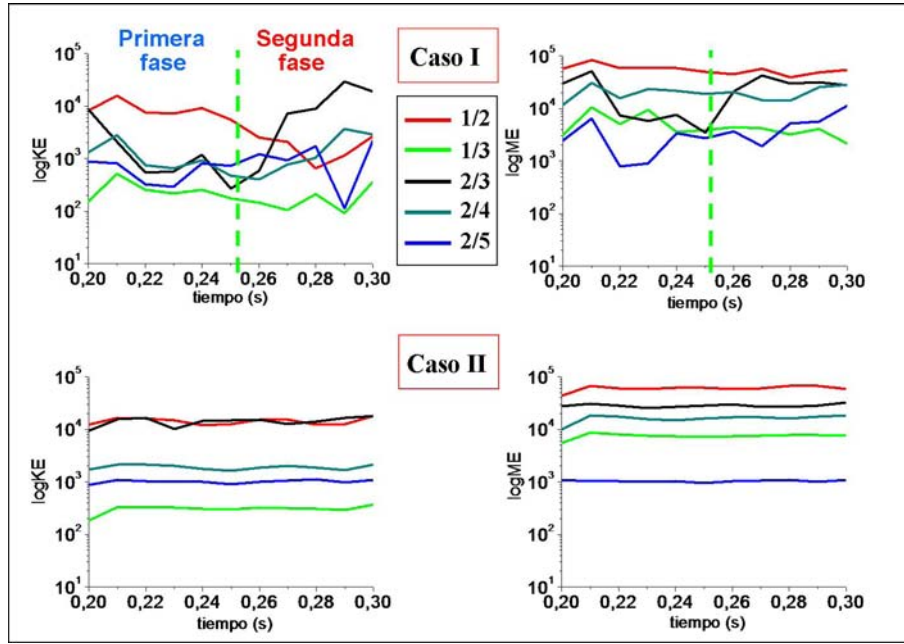


Figura 4.23: Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) para los modos dominantes en el caso I (arriba) y II (abajo). Periodo C.

En el caso I el sistema presenta dos etapas diferenciadas en su evolución; una primera fase donde el modo $1/2$ es el dominante al tiempo que el modo $2/3$ presenta un mínimo local, y una segunda etapa en la que la energía asociada al modo $2/3$ repunta. Esto se traduce en que, durante la primera fase de la evolución, en la región intermedia existe suficiente energía libre como para desarrollar una inestabilidad que alcance la región interna del plasma, mientras que en la segunda fase la inestabilidad se extiende a lo largo de todo el plasma. Respecto a la energía magnética del modo $1/3$, no es significativa en ninguna de las dos fases de la evolución.

El caso II se comporta igual que en los periodos A y B, donde la actividad asociada al modo $1/2$ mantiene su dominio en la región intermedia mientras que

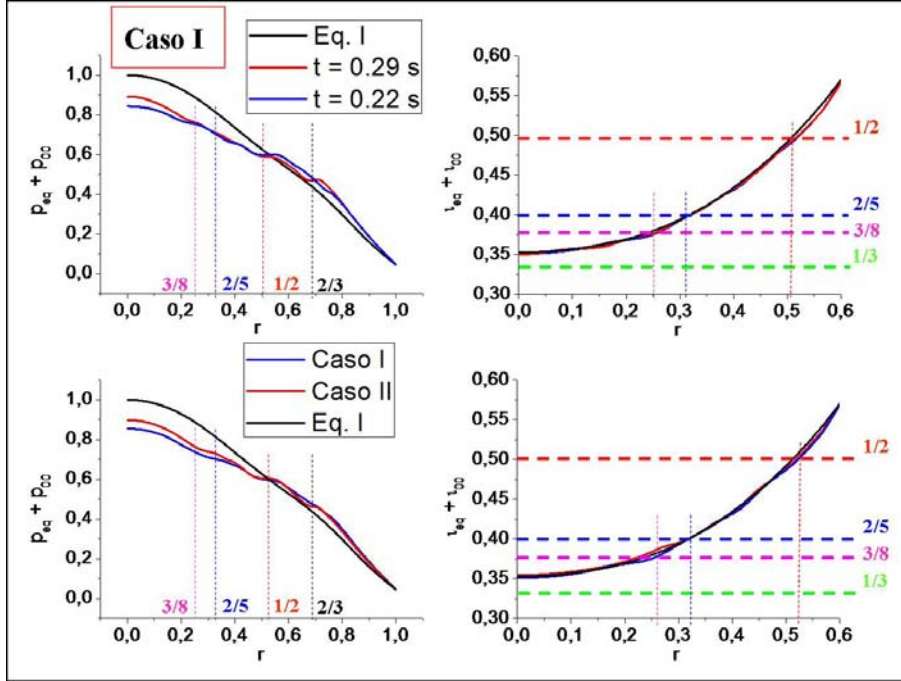


Figura 4.24: Evolución de la presión y transformada rotacional para el caso I en cada fase de evolución a lo largo del periodo C (Gráficas superior derecha e izquierda). Mismos perfiles promediados para los casos I y II (abajo).

el modo $2/3$ sigue activo en la periferia del plasma.

Analizando la evolución del perfil de presión y la transformada rotacional para el caso I, figura 4.24 (gráficas superiores), en la primera fase de la evolución el perfil de presión sufre un mayor aplanamiento por el efecto de las superficies racionales $2/5$ y $3/8$ en la región interna, mientras en la periferia no se aprecia ninguna deformación significativa. Por el contrario, en la segunda fase la perturbación, en la zona interna el aplanamiento del perfil es menor aunque es más notable en la periferia por acción de la superficie racional $2/3$.

Comparando los perfiles promediados de los casos I y II, figura 4.24 (gráficas inferiores), la deformación del perfil es semejante aunque en el caso II el perfil presenta un ligero aplanamiento debido a la superficie racional $2/3$ que no se observa en el caso I.

Para mejorar la caracterización de cada fase del caso I se recurre a la sección poloidal de la presión, figura 4.25. En las gráficas (a) y (b), en $t = 0.22$ s la perturbación más intensa está asociada con los modos $1/2$ y $2/3$ cuya influencia se extiende a lo largo de casi todo el plasma, excentuando la región interna. En $t = 0.29$ s, gráfica (b), se forman estructuras filamentosas que enlazan la región interna e intermedia del plasma, favoreciendo que la perturbación debida a las superficies racionales $1/2$ y $2/3$ se propague hacia el interior del plasma. Para las

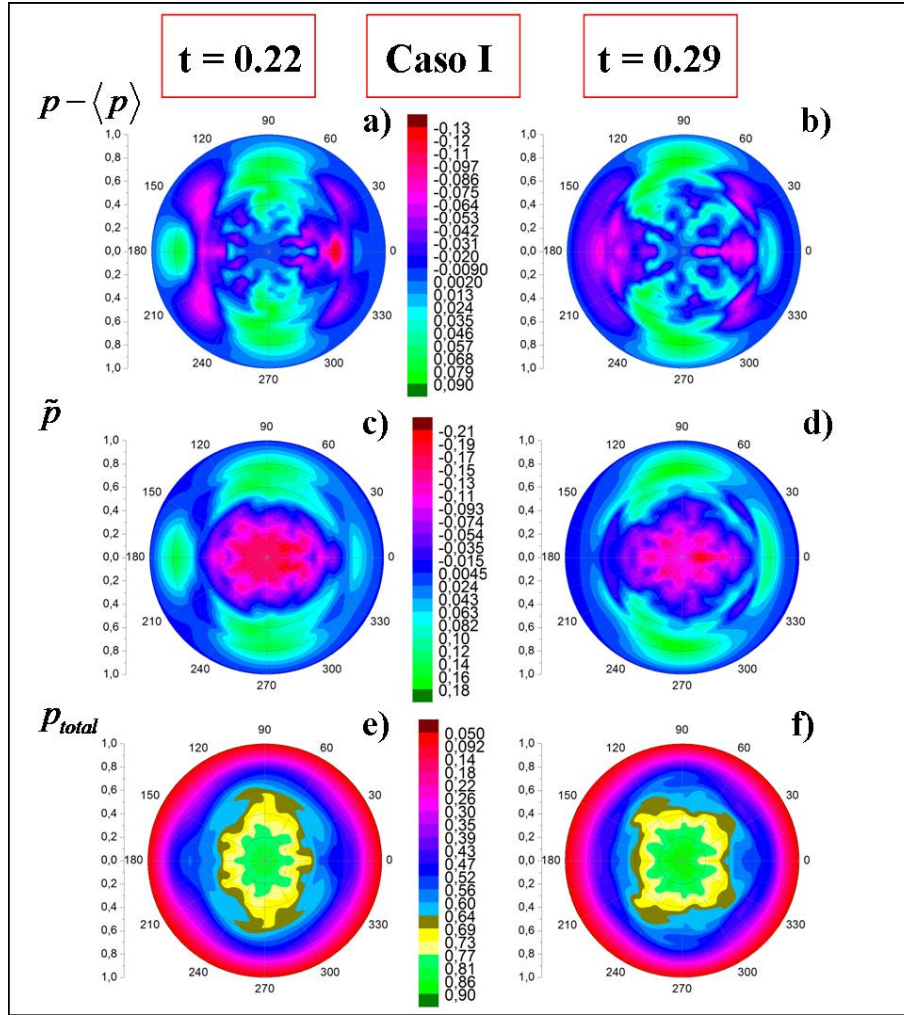


Figura 4.25: Sección poloidal de la presión en el caso I para dos fases diferenciadas de su evolución, $t = 0.22$ s (izquierda) y $t = 0.29$ s (derecha). Las gráficas (a) y (b) representan la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo, (c) y (d) la presión perturbada, (e) y (f) el valor completo de la presión. Periodo C.

gráficas (c) y (d) en $t = 0.22$ s, la perturbación en la región interna es mayor que en $t = 0.29$ s, siendo en la zona intermedia y periférica ligeramente mayor para $t = 0.29$. En las gráficas (e) y (f) existe una fuerte deformación de las superficies de flujo en la región interna e intermedia, siendo algo mayor en $t = 0.22$ s.

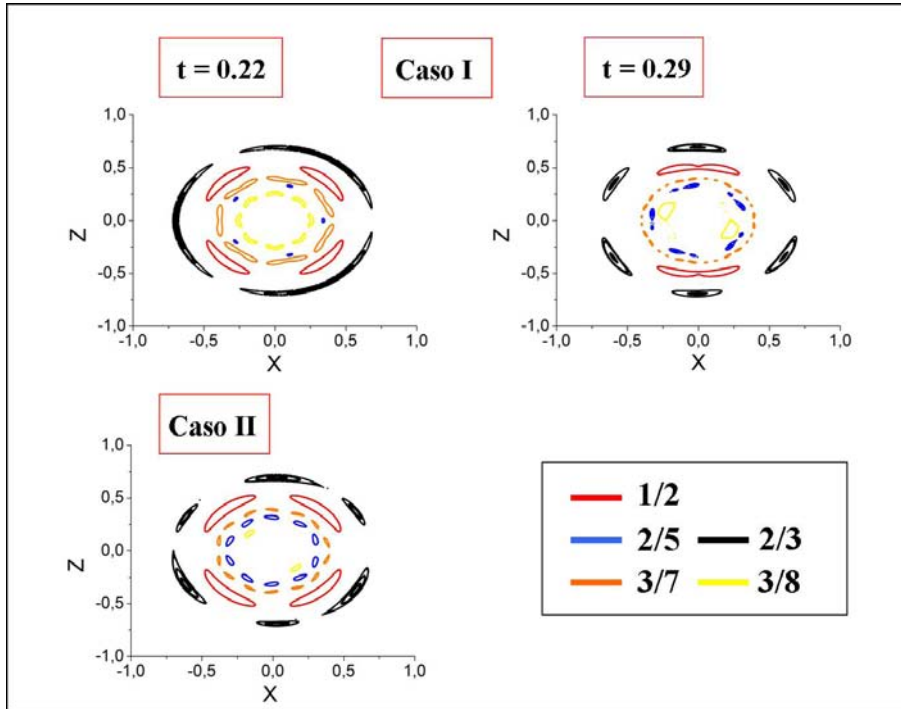


Figura 4.26: Islas magnéticas para las helicidades principales. Figuras superior derecha e izquierda representa cada fases de comportamiento para el caso I. La gráfica inferior representa al caso II. Periodo C.

Atendiendo a las islas magnéticas para las helicidades dominantes, figura 4.26, en la primera etapa las islas en el núcleo y región intermedia del plasma son más anchas que en la periferia, destacando las islas $1/2$ y $3/7$. Respecto a la segunda fase, en la zona periférica las islas $2/3$ son más anchas y están mejor definidas, al tiempo que se reducen las islas $1/2$ y $3/7$. Si se compara la segunda fase del caso I con el caso II existen varias similitudes, aunque en II las islas magnéticas son más anchas a lo largo de todo el plasma, por lo que la inestabilidad desarrollada es más intensa.

En resumen, el caso I se identifica con un estado del sistema donde una inestabilidad se está desarrollando en la región intermedia (primera fase), y que luego se propaga hacia la periferia y la zona interna del plasma (segunda fase). En el caso II una inestabilidad ya desarrollada se extiende entre la periferia y la zona interna, provocando un flujo permanente de energía hacia el exterior. Respecto a la eficiencia del dispositivo, el caso I presenta propiedades más favorables que II, a pesar

de que en su evolución pierde parte de su capacidad para confinar eficientemente el plasma. A pesar de que no se han registrado sucesos semejantes a sawtooth o disruptions internas, el sistema ya empieza a mostrar patrones oscilatorios en la evolución del caso I.

Periodo D y E

En este periodo se ha tomado un tiempo de simulación mayor que en los anteriores, al observarse ciertos comportamientos periódicos en el estudio de la energía cinética y magnética, más fácilmente identificables en el análisis de la energía de los modos dominantes, figura 4.27.

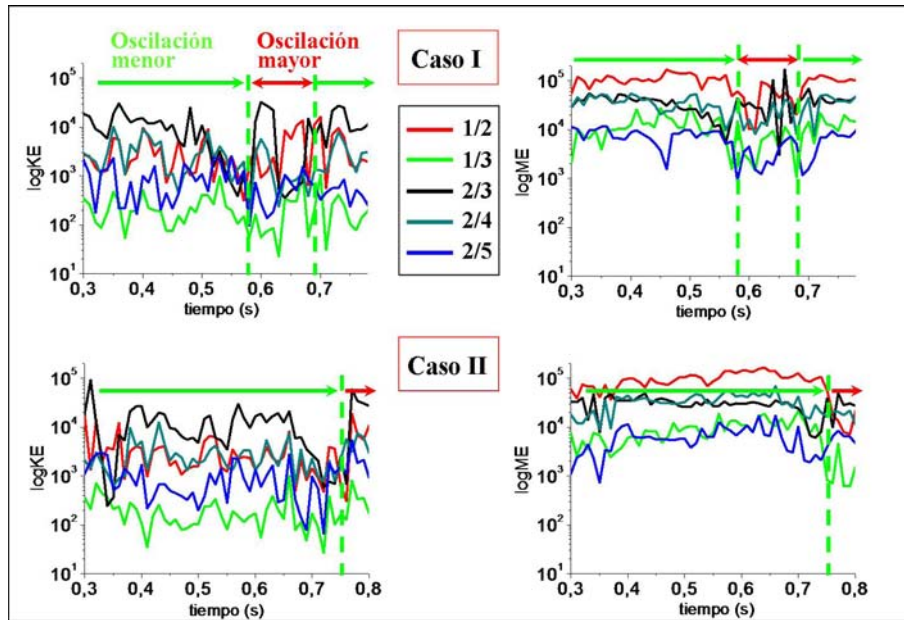


Figura 4.27: Energía magnética (derecha) y cinética (izquierda) de los modos dominantes para el caso I (arriba) y II (abajo). Flechas verdes indican el periodo en el que el sistema se relaja con oscilaciones menores y las rojas cuando lo hace con oscilaciones mayores. Periodo D.

En la evolución de ambos casos diferenciamos dos tipos de oscilaciones: menores y mayores. Las oscilaciones menores tienen como característica principal que su excitación no provoca una gran reestructuración del equilibrio, solo reajustes menores del sistema, cambios que se traducen en las continuas caídas y repuntes en la energía asociada especialmente a los modos 2/3 y 1/2. Estos sucesos solo son interrumpidos cuando una oscilación mayor tiene lugar. Otra característica de las oscilaciones menores es que la energía magnética asociada al modo 1/3 alcanza máximos locales, cuyo valor va creciendo hasta que el sistema desarrolla un oscilación mayor. La excitación de una oscilación mayor viene precedida de un

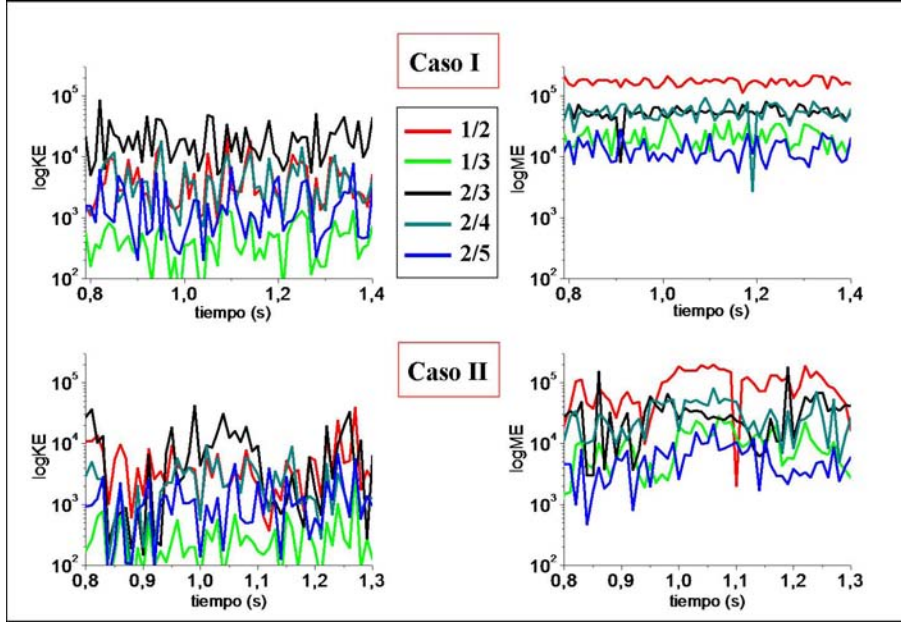


Figura 4.28: Energía magnética (derecha) y cinética (izquierda) de los modos dominantes para el caso I (arriba) y II (abajo). Periodo E.

desplome de la energía magnética y cinética asociada a los modos $1/2$ y $2/3$, para luego experimentar un rápido repunte especialmente abrupto en el modo $2/3$. Los casos I y II en los periodos D y E comparten ambos sucesos, pero en el periodo E la distinción entre sucesos es menos evidente, dado que hay mayor energía disponible en el sistema y los sucesos se superponen, al aumentar su recurrencia y ser de evolución más rápida, figura 4.28. Para elaborar un estudio más conciso y claro, se analizan dos casos representativos de cada suceso a lo largo del periodo D para el caso I.

El primer suceso bajo estudio es un caso representativo de una oscilación menor, cuya sección poloidal de la presión se muestra en las figuras 4.29 y 4.30.

En la figura 4.29, en la región periférica e intermedia existen perturbaciones intensas principalmente asociadas a los modos $1/2$ y $2/3$, de manera que la inestabilidad abarca ambas zonas. No se observan estructuras diferenciadas en la zona interna, aunque en las gráficas (b) y (d) es posible distinguir estructuras filamentosas que han evolucionado desde un patrón de cinco islas, asociadas a la superficie racional $2/5$. La gráfica (c) es ligeramente diferente en la zona interna, donde destacan tres estructuras que enlazan la región interna e intermedia del plasma, semejantes a tres islas deformadas. En el instante $t = 0.41$ s la energía magnética asociada al modo $1/3$ alcanza un máximo y aparece un patrón deformado de tres islas en el núcleo del plasma asociado al efecto no resonante del modo $1/3$, provocando que la región intermedia e interna del plasma estén enlazadas de

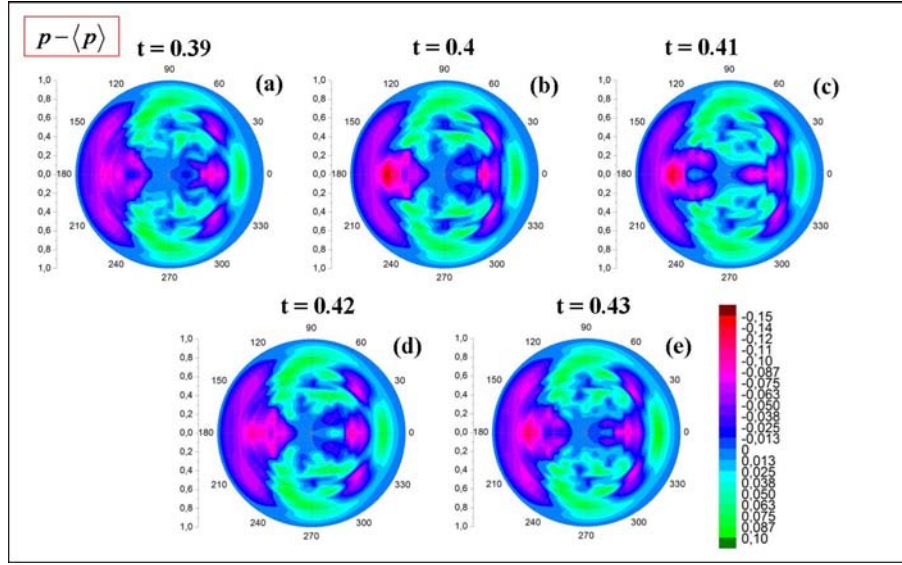


Figura 4.29: Sección poloidal de la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo para una oscilación menor en el caso I. Periodo D.

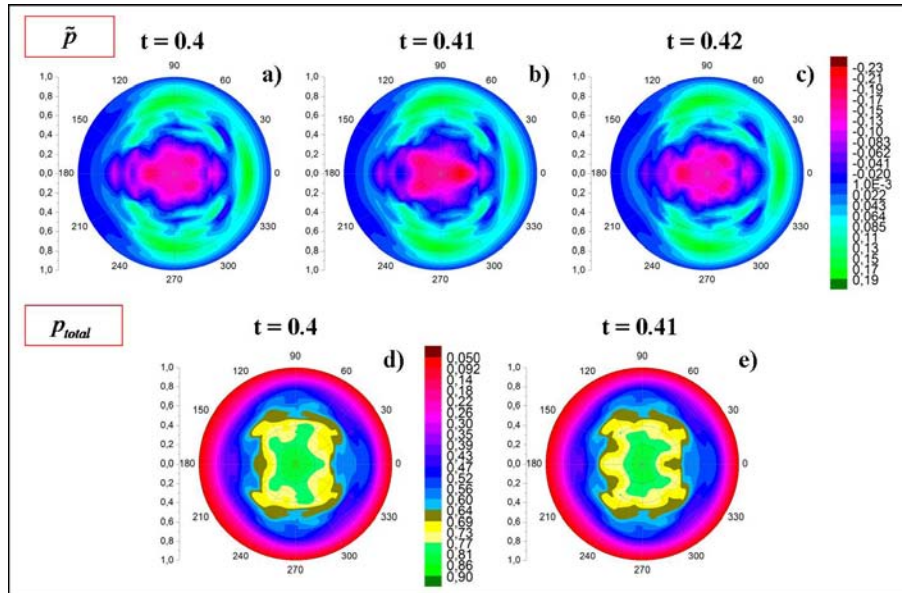


Figura 4.30: Sección poloidal de la presión perturbada, gráfica de la (a) a la (c), y valor completo de la presión, (d) y (e), para una oscilación menor en el caso I. Periodo D.

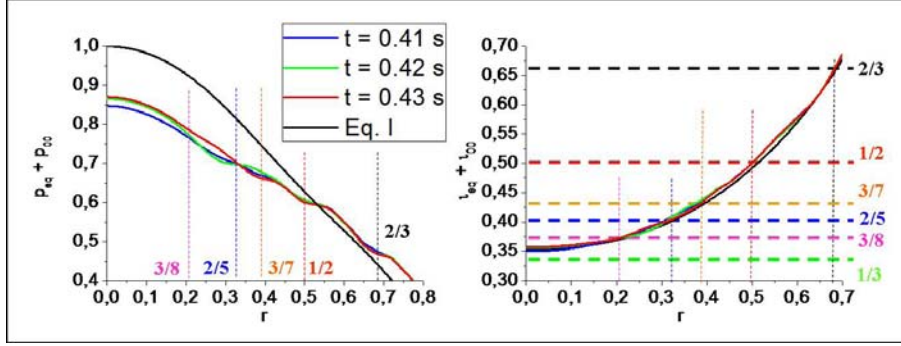


Figura 4.31: Evolución de la presión (izquierda) y transformada rotacional (derecha) para una oscilación menor en el caso I. Periodo D

manera más eficiente y el flujo de energía entre ambos esté favorecido, causando un deterioro de la eficiencia del dispositivo. En la figura 4.30 se visualiza con mayor facilidad el patrón de tres islas localizadas en el núcleo del plasma, concretamente en la gráfica (b) que se corresponde al instante $t = 0.41$ s, mientras que en las gráficas (a) y (c) existen cinco estructuras asociadas a la superficie racional $2/5$; este hecho indica como en $t = 0.41$ s la aportación del modo $1/3$ es la dominante. Respecto a la deformación de las superficies de flujo, es menos evidente apreciar patrones de tres o cinco islas en el núcleo, pero la deformación en $t = 0.41$ s, gráfica (e), no presenta un patrón de cinco islas tan claro como en $t = 0.4$ s.

Sin olvidar la aportación no resonante del modo $1/3$, de entre las superficies racionales presentes en el interior del plasma para $t = 0.41$ s, figura 4.31, el aplanamiento del perfil de presión alrededor de $\rho = 0.3$ es causado por la superficie racional $2/5$, por la $1/2$ y $3/7$ en la zona intermedia y la $2/3$ en la periferia. Para $t = 0.42$ s la deformación debida a la superficie racional $3/7$ es menor y la causada por la $2/5$ es ligeramente más intensa. En $t = 0.43$ s la deformación inducida por la superficie racional $2/5$ ya no se observa pero sí la asociada a la $3/7$, es decir, la inestabilidad ha remitido en la región interna y se mantiene en la intermedia. Tomando el conjunto de estos resultados, en el instante $t = 0.41$ s, la influencia de las superficies racionales $2/5$ y $3/8$ en la estabilidad del núcleo del plasma no parece ser suficiente para propagar la inestabilidad desarrollada en la región intermedia hacia la zona interna, por lo que debe de ser otro el agente inductor principal de este suceso, y el candidato principal es el efecto no resonante del modo $1/3$.

Estudiando las helicidades individuales de las islas magnéticas en $t = 0.40$ y $t = 0.41$ s, figura 4.32, las islas $1/2$, $2/5$, $3/7$ y $3/8$ están solapadas entre la región intermedia e interna dando lugar una zona de campo estocástico, aunque es en $t = 0.41$ s donde el efecto no resonante del modo $1/3$ es más intenso deformando las líneas de campo cerca del eje magnético. En $t = 0.42$ y 0.43 s ya ha tenido lugar la reconexión magnética y el solapamiento entre islas no existe, reduciéndose la anchura de las islas a lo largo de todo el plasma, en especial la $1/2$, desapareciendo

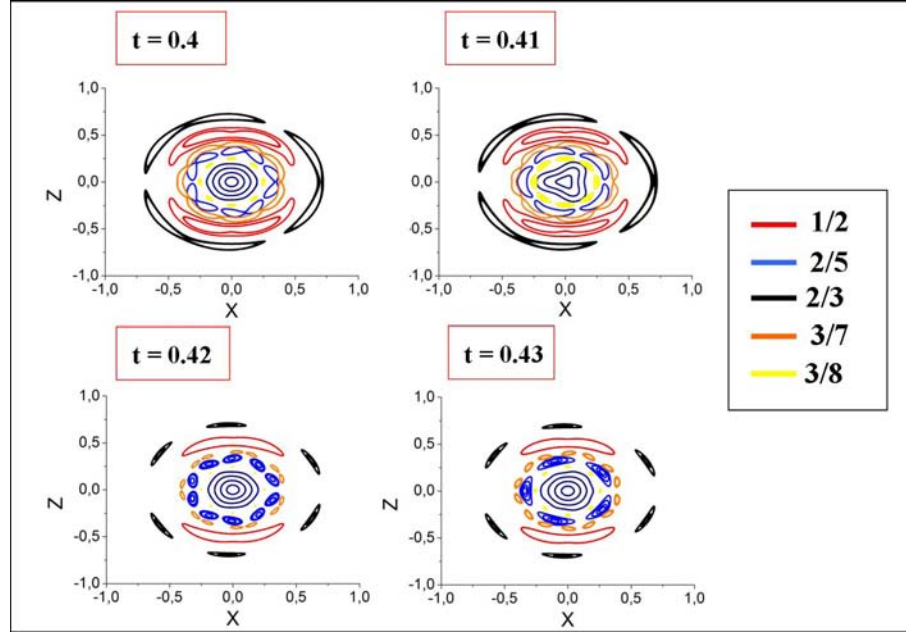


Figura 4.32: Islas magnéticas para las helicidades principales para una oscilación menor en el caso I. Periodo D.

también la deformación en la proximidad del eje magnético.

En suma, los modos resonantes $2/5$ o $3/8$ próximos al núcleo no parecen ser los causantes directos de la oscilación menor, puesto que este suceso tienen lugar cuando la energía magnética del modo $1/3$ alcanza un máximo local, apreciándose en las secciones poloidales de presión patrones de tres islas en la región interna del plasma, y como las superficies magnéticas están deformadas cerca del eje magnético por el efecto no resonante del modo $1/3$. Por tanto, es el efecto desestabilizador del modo $1/3$ el que provoca un aumento de la anchura de las islas magnéticas entre la región interna e intermedia del plasma, llegando a solaparse y a crear una zona de campo estocástico. Dado que la energía asociada al modo $1/3$ varía a lo largo de la simulación, se aprecian diversos comportamientos asociados al efecto no resonante del modo $1/3$. Las propiedades deducidas para una oscilación menor son cualitativamente semejantes a las definiciones dadas para un suceso tipo sawtooth en el dispositivo LHD [105].

A continuación se analiza una oscilación mayor. Existen notables diferencias entre la sección poloidal de la presión respecto al caso anterior, figura 4.33 y 4.34, principalmente porque la inestabilidad que se desarrolla en la región intermedia del plasma es mucho más intensa y su influencia sobre la evolución del sistema es mayor.

En la figura 4.33 se representa la sección poloidal de la presión perturbada sin el término promedio. En las gráficas (a) y (b), $t = 0.64$ y 0.65 s, la perturbación

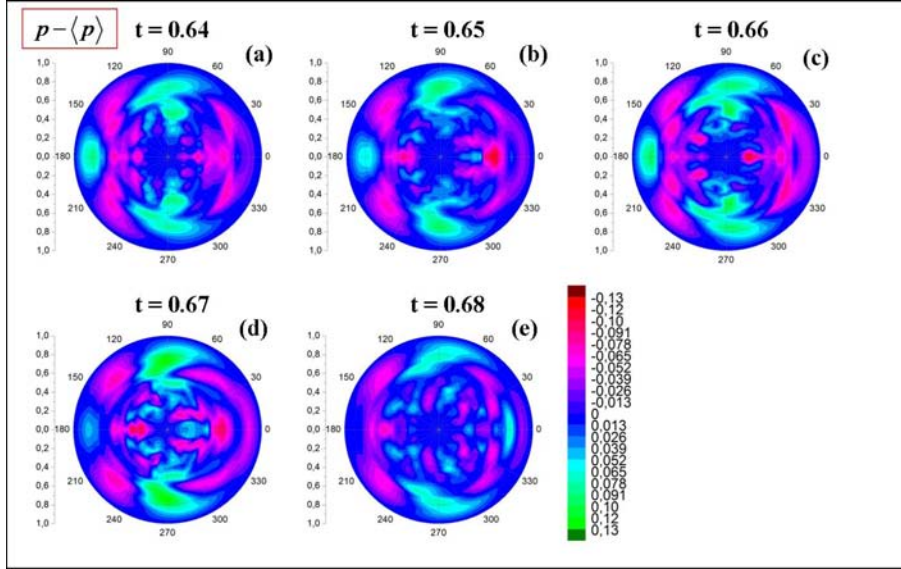


Figura 4.33: Sección poloidal de la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo para una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.

se intensifica y las islas que están bien definidas en la región interna para (a) se deforman dando lugar a estructuras filamentosas en (b), que enlazan la región interna e intermedia del plasma. La perturbación también crece en la periferia, alcanzando su máximo en la gráfica (c), $t = 0.66$ s, instante en el que aparece una perturbación muy intensa entre la región interna e intermedia del plasma. En la gráfica (d) $t = 0.67$ s, la perturbación alcanza la región del núcleo y su influencia aumenta expandiéndose por toda la región interna, aumentando la longitud de las estructuras filamentosas. Finalmente, en la gráfica (e), $t = 0.68$ s, los gradientes de presión se suavizan a lo largo de todo el plasma observándose varias islas deformadas entre la región intermedia y la periferia. En la figura 4.34, presión perturbada (gráfica superior) y presión total (gráfica inferior), la perturbación localizada en el núcleo es mayor en $t = 0.66 - 0.67$ s que en $t = 0.68$ s, donde se suaviza notablemente el gradiente. En el instante $t = 0.66$ s la deformación máxima se localiza cerca de la región intermedia, mientras que en $t = 0.67$ s está más cerca del eje magnético. Respecto a la deformación de las superficies de flujo, en $t = 0.66$ s la mayor deformación se localiza en la región intermedia, mientras que en $t = 0.67$ s se extiende a la zona interna cerca del eje magnético. En $t = 0.68$ s las superficies de flujo recuperan parte de su estructura tras haber remitido la inestabilidad en la región interna e intermedia del plasma. A modo de resumen, se ha localizado una fuerte inestabilidad que se desarrolla en la región intermedia del plasma en $t = 0.66$ s, que logra conecta las diferentes regiones del plasma, localizándose en el núcleo para $t = 0.67$ s y transmitiéndose a la periferia en $t = 0.68$ s.

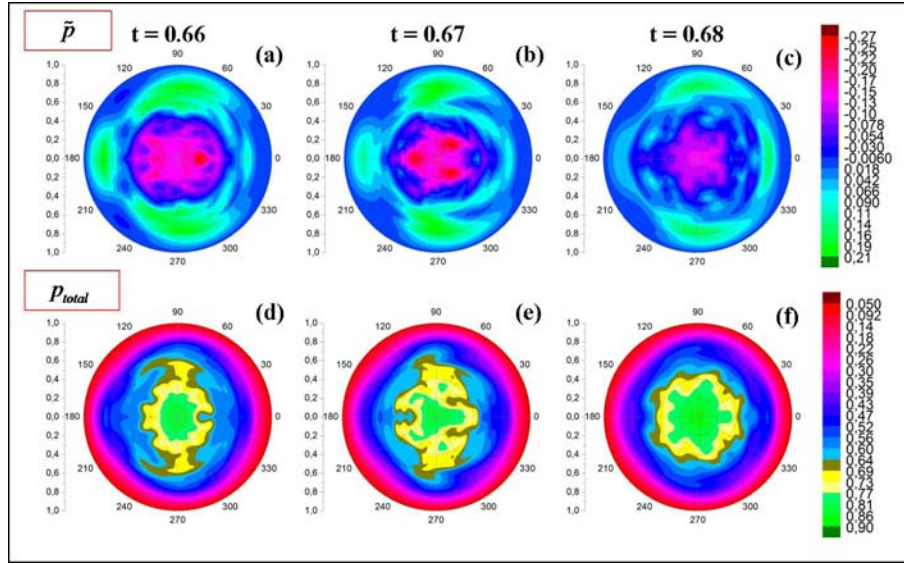


Figura 4.34: Sección poloidal de la presión perturbada, gráfica de la (a) a la (c), y valor completo de la presión, de la (d) a la (f), para una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.

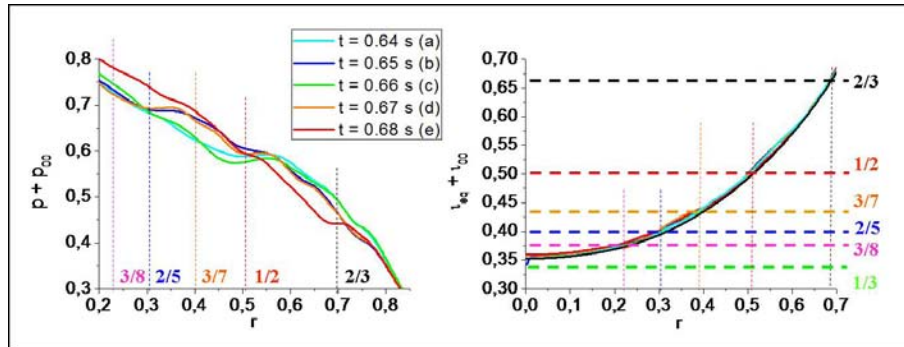


Figura 4.35: Evolución del perfil de presión (izquierda) y transformada rotacional (derecha) para una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.

La evolución del perfil de presión y de la transformada rotacional para una oscilación mayor se muestra en la figura 4.35. A lo largo de todo el suceso existe una intensa deformación asociada a la superficie racional $1/2$, máxima en $t = 0.66$ s causando una inversión del perfil de presión en torno a $\rho = 0.5$. En $t = 0.67$ s la deformación se traslada a la región interna del plasma donde la superficie racional $2/5$ provoca una deformación del perfil en torno a $\rho = 0.3$, desligada de la causada por la superficie racional $1/2$ que se ha debilitado en la zona intermedia. Para $t = 0.68$ s el aplanamiento del perfil desaparece en la región interna e intermedia casi por completo, pero surge una fuerte deformación en la periferia asociada a la superficie racional $2/3$.

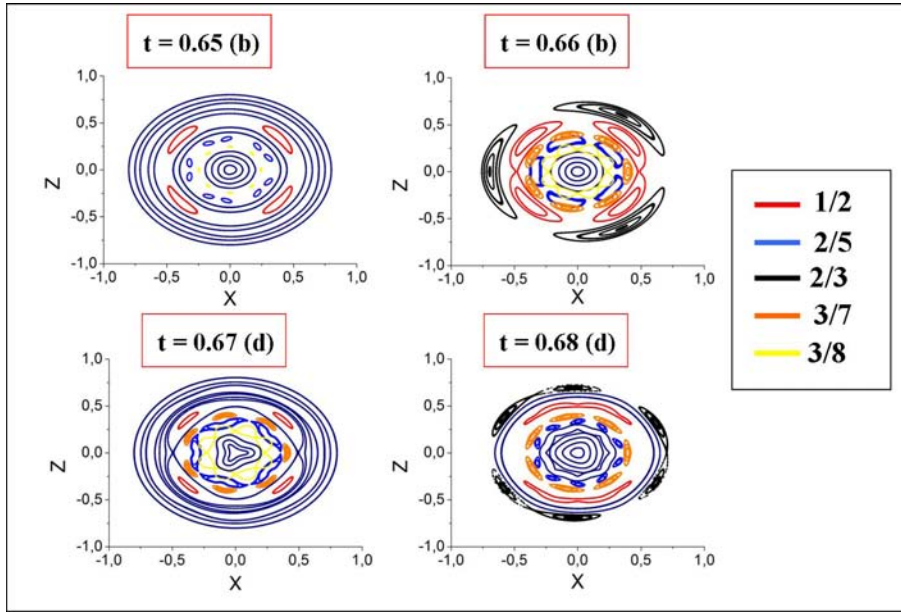


Figura 4.36: Islas magnética para las helicidades principales en una oscilación mayor en el caso I. Periodo D.

Respecto a la distribución de las islas magnéticas para las helicidades principales, figura 4.36, en $t = 0.65$ s el anchura de las islas es pequeña y no existe solapamiento alguno, mientras que en $t = 0.66$ s sucede todo lo contrario, las islas se solapan a lo largo de casi todo el plasma, siendo especialmente notable la anchura de las islas $2/3$ y $1/2$, formándose un amplia región estocástica tras la ruptura de las superficies magnéticas, provocando un intenso incremento del transporte de energía fuera del sistema al perder el dispositivo gran parte de su capacidad para confinar el plasma. Es en $t = 0.67$ s cuando la reconexión magnética comienza en la zona periférica e intermedia del plasma, aunque el solapamiento entre islas en la región interna persiste, observándose una importante deformación de las superficies magnéticas próximas al eje magnético. En $t = 0.68$ s la reconexión magnética alcanza la región interna del plasma, desapareciendo las islas $3/8$ y remitiendo la

deformación de las superficies proximas al eje magnético, aunque en la periferia reaparecen las islas 2/3 pero su anchura es poco significativa.

Si se compara este caso con sucesos tipo sawtooth, se comprueba que hay diversos elementos fundamentales que las diferencian:

- La inestabilidad asociada a una oscilación mayor es más intensa y la deformación máxima del perfil de presión se localiza en la región intermedia del plasma, al ser la superficies racional 1/2 el agente inductor principal, extendiéndose su efecto a lo largo de todo el plasma.
- La anchura de las islas magnéticas es mayor y están solapadas a lo largo de casi todo el plasma, formándose una zona de campo estocástico desde la región interna hasta la periferia, provocando un transporte de energía hacia la periferia más intenso y una mayor pérdida de la capacidad de confinamiento por parte del dispositivo.
- Tras una oscilación mayor el equilibrio sufre un fuerte reajuste, modificando la evolución del sistema que volverá a recuperar patrones recurrentes asociados a sucesos menos violentos, apareciendo de nuevo oscilaciones menores.

La tercera característica es la de principal interés puesto que relaciona a la oscilación mayor con una disrupción interna. La excitación de una disrupción interna interrumpe la actividad tipo sawtooth y provoca una completa reorganización del equilibrio, posiblemente debido a la superposición de islas magnéticas y la creación de regiones estocásticas en el plasma, que explicaría la abrupta caída del perfil de presión en la región intermedia del plasma. La disrupción interna causa un fuerte incremento del transporte de energía al perderse parte de la capacidad que tiene el dispositivo para confinar el plasma.

En resumen, en el caso I con una β_0 del 1.2 % se aprecian no solo patrones tipo sawtooth, sino también la excitación de disrupciones internas asociadas al modo 1/2. Para una β_0 del 1.34 % el comportamiento del sistema es semejante al periodo D, la única diferencia es que los sucesos son excitados con mayor frecuencia, dificultando el análisis al existir cierto solapamiento entre sucesos, aunque en esencia los fenómenos observados son análogo al caso con una β_0 del 1.2 %. En la simulación para el caso II con una β_0 del 1.12 % también se han observado disrupciones internas, lo que quiere decir que en el sistema se puede reproducir cíclicamente la excitación de estos sucesos lastrando la eficiencia del dispositivo, a pesar del reajuste del equilibrio tras su excitación y la consecuente caída del valor de β_0 , porque cuando el sistema recupere de nuevo los valores previos de operación el fenómeno puede volver a repetirse.

Periodo F. Beta del experimento

La evolución de la energía de los modos individuales, figura 4.37, es semejante a los periodos D y E aunque se incrementa la recurrencia y la tasa de crecimiento de los sucesos excitados, encadenándose patrones tipo sawtooth y un nuevo tipo de suceso asociado al efecto resonante del modo 1/3 en el núcleo del plasma. Dado que las características de los sucesos tipo sawtooth son análogas a las del periodo anterior, el análisis se limita a sucesos donde el modo 1/3 esté localizado dentro del plasma.

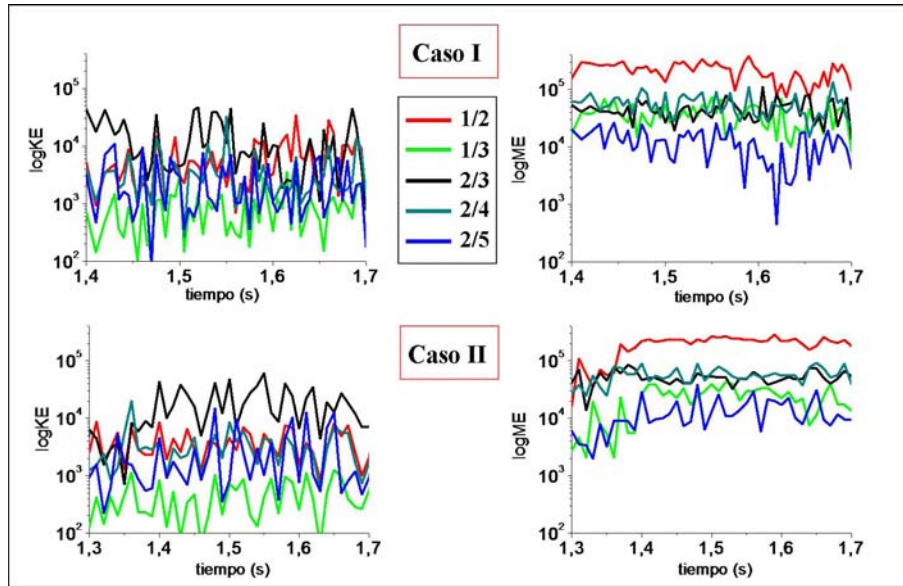


Figura 4.37: Evolución de la energía cinética (izquierda) y magnética (derecha) de los modos dominantes para los casos I (arriba) y II (abajo). Periodo F.

Estudiando la evolución del perfil de presión y de la transformada rotacional, figura 4.38, la deformación del perfil de presión en los instantes $t = 1.495$ y 1.505 s se debe principalmente a las superficies racionales 1/2 y 2/3, aunque en $t = 1.495$ s el perfil de la transformada rotacional toma valores muy próximos a 1/3 cerca del eje magnético. Es en el instante $t = 1.5$ s cuando el perfil de la transformada rotacional cae por debajo del valor 1/3, alrededor de $\rho = 0.1$, el modo 1/3 se adentra en el núcleo del plasma. La presencia de la superficie racional 1/3 junto al efecto de la 2/5, 3/8 y 3/7 provocan un fuerte aplanamiento del perfil desde casi el eje magnético hasta la región intermedia del plasma, aunque la deformación se mantiene diferenciada de la causada por la superficie racional 1/2, que también es bastante pronunciada alrededor de $\rho = 0.48$ aunque no tanto como en el caso disruptivo.

Para comprender mejor el efecto de la inclusión del modo 1/3 en el núcleo del plasma se recurre a la sección poloidal de la presión, figuras 4.39 y 4.40. En la figu-

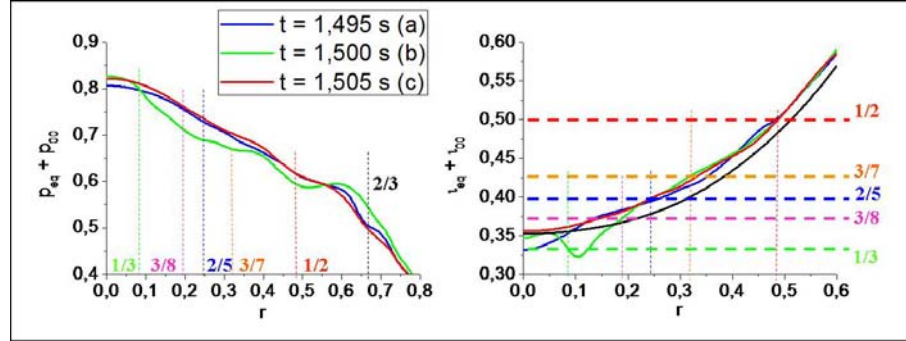


Figura 4.38: Evolución del perfil de presión (izquierda) y transformada rotacional (derecha) asociados al efecto resonante del modo $1/3$ en el caso I. Periodo F.

ra 4.39, presión perturbada sin término promedio, en $t = 1.495$ s la región interna presenta un patrón de cinco islas, y en la cercanía del eje magnético ya se pueden apreciar tres islas muy débiles, inducidas por el efecto no resonante del modo $1/3$. En la gráfica (b), $t = 1.5$ s, el modo $1/3$ ya está dentro del plasma al tiempo que la energía magnética asociada a este modo alcanza un máximo local, y su efecto se traduce en una inestabilidad localizada en el núcleo del plasma. El patrón de tres islas se deforma y evoluciona a estructuras filamentosarias, comunicando el núcleo y la región intermedia del plasma sin que se aprecien cambios significativos en la periferia. En la gráfica (c), $t = 1.505$ s, la perturbación localizada en el núcleo se atenúa desapareciendo totalmente el patrón de tres islas, aunque en la zona intermedia y periférica la deformación se hace más intensa. En la figura 4.40, presión perturbada y total, las gráficas para $t = 1.495$ y 1.5 s presentan un patrón de tres islas bien definido en el núcleo del plasma, donde las superficies de flujo están intensamente deformadas tal y como se observa en la gráfica para $t = 1.505$ s, siendo el patrón de las islas más difícil de caracterizar. En suma, el efecto resonante del modo $1/3$ provoca una perturbación localizada muy cerca del eje magnético, pero no se desarrolla una inestabilidad tan intensa como en el caso disruptivo. En este suceso también existe una conexión entre región interna e intermedia del plasma, pero el transporte de energía hacia la región periférica no está tan favorecido, y la pérdida de eficiencia por parte del dispositivo será menor que en una disrupción interna, pero mayor que en un suceso tipo sawtooth no resonante. Otra característica que diferencia este suceso de uno disruptivo es que no tiene lugar una fuerte reestructuración del equilibrio tras ser excitado, pudiendo reproducirse de manera recurrente y coexistir con sucesos tipo sawtooth no resonante.

La distribución de las islas magnéticas para las helicidades principales completa el estudio, figura 4.41. En $t = 1.495$ s las islas $2/5$, $3/8$, $3/7$ y $1/2$ en la región interna e intermedia están solapadas, al igual que en $t = 1.505$ s, pero es en $t = 1.5$ s cuando la deformación de las superficies magnéticas es suficientemente intensa en la región interna por efecto de la inclusión del modo $1/3$ en el núcleo, como para

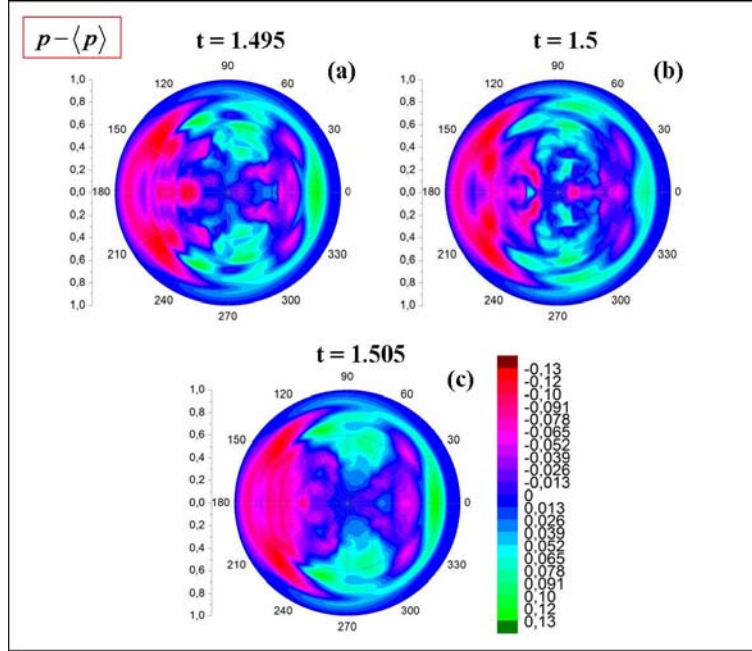


Figura 4.39: Sección poloidal de la presión perturbada sin el término promediado sobre la superficie de flujo durante el efecto resonante del modo $1/3$ en el caso I. Periodo F.

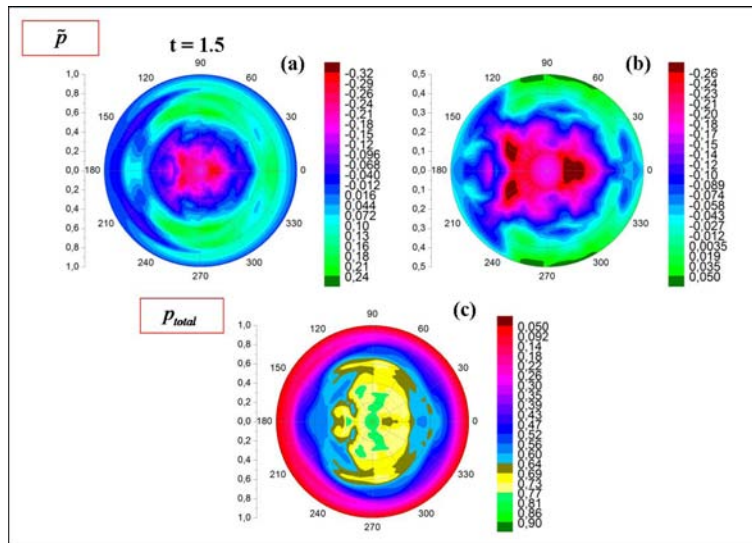


Figura 4.40: Sección poloidal de la presión, gráfica (a), ampliación de la región interna en (a), gráfica (b), y valor completo de la presión, gráfica (c), durante el efecto resonante del modo $1/3$ en el caso I. Periodo F.

que se formen tres islas 1/3 cerca del eje magnético. La existencia de tres islas en el núcleo del plasma provoca que la zona de campo estocástico alcance prácticamente el eje magnético, intensificando la pérdida de la capacidad de confinamiento por parte del dispositivo y el flujo de energía fuera del sistema.

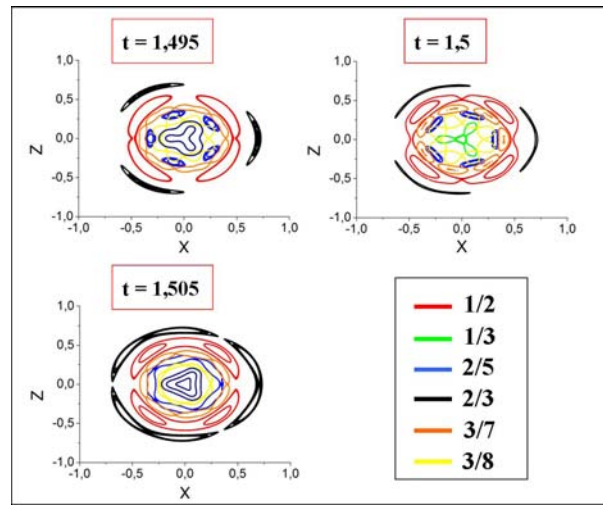


Figura 4.41: Islas magnéticas para las helicidades principales en un suceso donde el modo 1/3 se aloja en el plasma en el caso I. Periodo F.

En resumen, en el caso I para una β_0 del 1.48 %, se excitan sucesos tipo sawtooth que son más violentos que para β_0 menores, al disponer el modo 1/3 de mayor energía. Se induce además un nuevo tipo de fenómeno causado por la intrusión del modo 1/3 en el interior del plasma, localizado cerca del eje magnético, provocando una pérdida de confinamiento del plasma mayor que la asociada a un suceso tipo sawtooth no resonante pero menor que en un caso disruptivo. Otra conclusión es que la presencia de la superficie racional 1/3 evita que tengan lugar disrupciones internas, al inducir una intensa deformación del perfil de presión cerca del eje magnético, impidiendo que sea la deformación asociada a la superficie racional 1/2 en la región intermedia del plasma la dominante. De esta manera el sistema no sufre una relajación abrupta tipo disruptiva, si no que se excitarán sucesos menos violentos pero de mayor recurrencia que no suponen para el equilibrio una fuerte reestructuración, evitando que el sistema pierda temporalmente parte de su capacidad de confinar el plasma reduciéndose la eficiencia del dispositivo. Desde ahora toda inestabilidad que se desarrolle por el efecto resonante del modo 1/3 la denominamos suceso tipo sawtooth resonante.

4.4. Comparación entre la simulación y el experimento

Al disponer en este caso de datos experimentales de los perfiles de emisividad de rayos X blandos [105], gráfica 4.4, una comparación posible con los resultados teóricos consiste en elaborar un diagnóstico cualitativo de los perfiles de emisividad (I) de rayos X blandos a lo largo de la simulación. La emisividad de rayos X blandos es aproximadamente proporcional al cuadrado de la presión y se calcula como la integral de línea del cuadrado de la presión a lo largo de las líneas de medida de la cámara de rayos X blandos, $I = \int dl p^2$, donde $dl = \sqrt{dR^2 + dZ^2}$ siendo R el radio mayor y Z la altura en coordenadas reales de LHD. Dado que se conoce la ubicación del dispositivo de medida en la cámara de vacío y la trayectoria exacta de las líneas de medida, figura 4.42, es posible calcular perfiles que son cualitativamente similares a los experimentales.

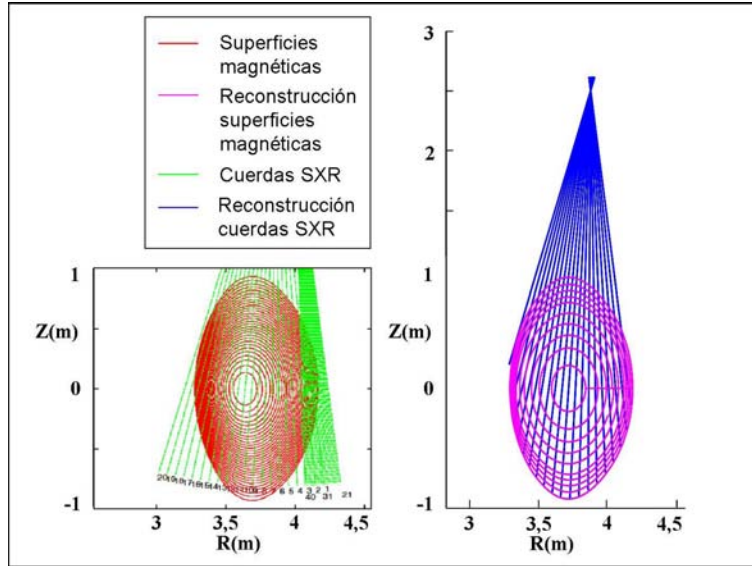


Figura 4.42: Reconstrucción de las superficies magnéticas y de las líneas de medida de la cámara de rayos X blandos.

En la reconstrucción de la emisividad se ha tenido en cuenta el efecto de la rotación poloidal del plasma, cuyas contribuciones principales son el término $\vec{E} \wedge \vec{B}$ y el debido a la corriente diamagnética:

$$\vec{v} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} - \frac{\vec{\nabla} p}{nq} \wedge \frac{\vec{B}}{B^2}$$

donde q es la carga eléctrica y n la densidad. En la simulación no hay contribución de ninguno de los dos términos, por lo que el efecto de la rotación debe ser

simulado introduciendo un valor aproximado a su valor real. Es difícil asignar un valor concreto de la velocidad poloidal del plasma porque no existe ningún perfil experimental ni modelo teórico que permita ponderarla en cada configuración del LHD, solo se dispone de un límite superior cualitativo [123] [124] [125]. Teniendo en cuenta las propiedades principales de la operación: configuración inward con alto campo magnético, un núcleo de alta densidad con una densidad electrónica promedio mayor de $0.5 \cdot 10^{20} m^{-3}$ y temperatura electrónica del orden de los 2 KeV, suponiendo además que el plasma rota como un sólido rígido [126], se ha adoptado una velocidad de rotación poloidal de 0.75 Km/s en la dirección diamagnética electrónica.

Las líneas de medida están indexadas del número 1 al 20, yendo desde la periferia del plasma en la parte externa del toro hasta la periferia del plasma en el interior del toro, respectivamente. En lo sucesivo se considera que las líneas 1 a 4 y 16 al 19 representan la emisividad en la periferia del plasma (sin tener en cuenta la línea número 20 al caer fuera de la última superficie magnética), las líneas 5 al 7 y 13 al 15 como zona intermedia, y del 8 al 12 como región interna del plasma.

El análisis de la emisividad de rayos X blandos a lo largo del periodo F, figura 4.43, trata de relacionar el comportamiento del perfil de la emisividad teórica con el obtenido experimentalmente en una descarga con sucesos tipo sawtooth [105], comprobando que los sucesos definidos a lo largo de la simulación como sawtooth son cualitativamente equivalentes a los observados en el dispositivo LHD.

Para profundizar en este estudio se seleccionan dos casos a analizar: el primer caso consiste en un suceso tipo sawtooth no resonante seguido de otro resonante donde el modo 1/3 solo permanece en el plasma un lapso muy breve de tiempo, y el segundo es una cadena de sucesos tipo sawtooth resonantes donde el modo 1/3 se localiza dentro del núcleo permanentemente.

4.4.1. Actividad tipo sawtooth resonante y no resonante.

En la figura 4.44 se analiza un lapso temporal entre $t = 1.43$ y 1.48 s donde se observan una serie de sucesos tipo sawtooth no resonantes y resonantes, cuya característica común es que, en los casos resonantes, el modo 1/3 permanece alojado en el núcleo del plasma un lapso de tiempo muy corto, del orden de $t = 3 \cdot 10^{-4}$ s. De entre la cadena de oscilaciones el estudio se centra en los dos primeros sucesos, identificados por un recuadro rojo en las gráficas de la izquierda y ampliado en las gráficas de la derecha, localizado entre $t = 1.4330$ y 1.4365 s aproximadamente. El suceso tipo sawtooth no resonante tiene lugar entre $t = 1.4330$ s y 1.4340 s (caso A), mientras que el suceso resonante se inicia en $t = 1.4355$ s y finaliza en $t = 1.4365$ s (caso B). La caída del perfil de emisividad en el caso no resonante es del orden del 5 % mientras que en el resonante llega al 9 %. En el caso no resonante la emisividad de las líneas localizadas en la región interna del plasma se reduce (líneas 7 – 11), mientras que las próximas a la zona intermedia del plasma (líneas

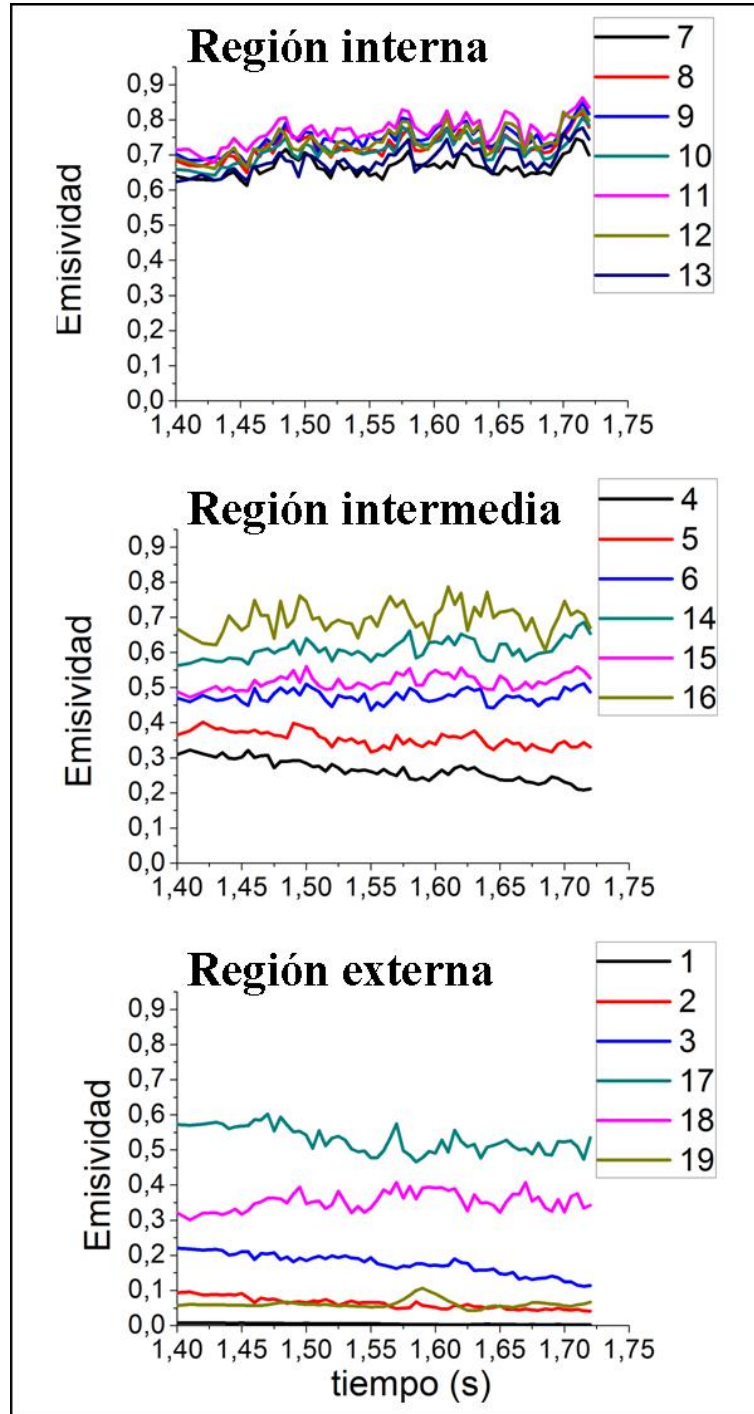


Figura 4.43: Reconstrucción de la emisividad de rayos x blandos; región interna (arriba), intermedia (medio) y periferia (abajo). Periodo F del caso I.

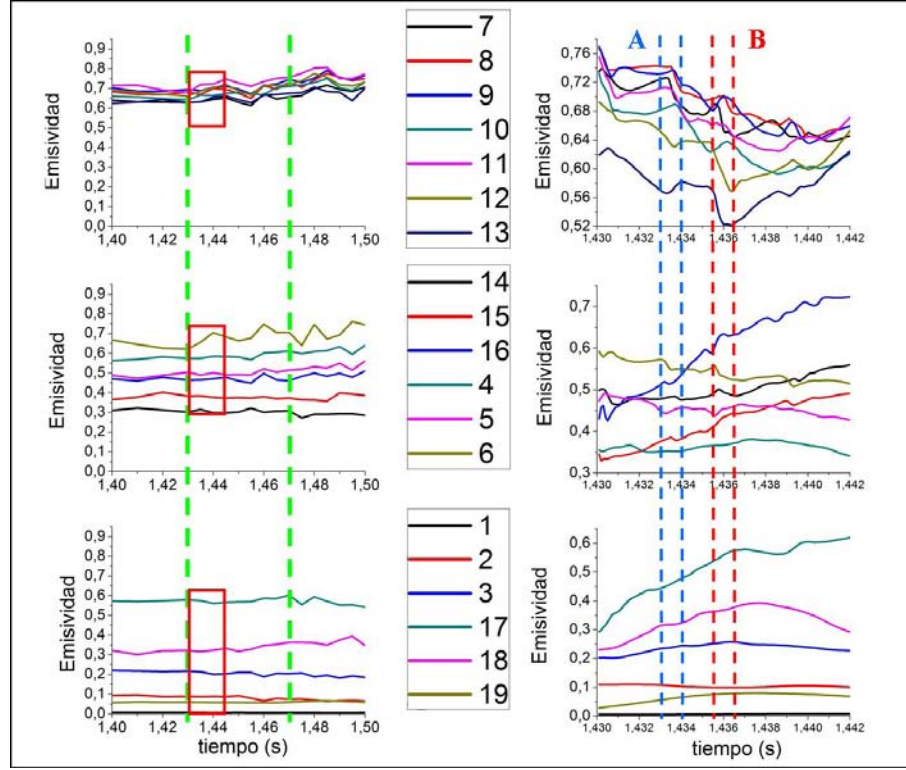


Figura 4.44: Reconstrucción de la emisividad de rayos X durante un suceso tipo sawtooth no resonante (caso A) y resonante (caso B). De arriba hacia abajo, las gráficas representan la región interna, la intermedia y la periferia del plasma. Las gráficas de la derecha son una ampliación del recuadro rojo presente en las gráficas de la izquierda.

12 – 14) apenas se modifican, y las líneas cercanas a la periferia se incrementan levemente (líneas 4 – 5 y 15 – 17), lo que indica que la inestabilidad se desarrolla principalmente entre la región intermedia e interna del plasma. En el caso resonante el perfil de emisividad es diferente especialmente en la zona interna del plasma, ahora ya no se observa una brusca caída del perfil en todas las líneas, solo para las líneas 12 – 13 y 7, mientras en el núcleo tiene lugar un leve repunte que precede a una caída suave del perfil, líneas 8 – 10, donde la línea 11 se mantiene casi constante durante el suceso. Este hecho indica como en el núcleo del plasma, cerca del eje magnético, se ha desarrollado una inestabilidad que no solo afecta a la región interna del plasma, sino que también se asocia con la ya existente entre la zona interna e intermedia causando que el suceso resonante sea más intenso que en el caso no resonante.

En el caso no resonante la energía magnética asociada al modo 1/3, figura 4.45, se incrementa hasta alcanza un máximo local, mientras que en el caso resonante la energía magnética del modo 1/3 se mantiene en valores máximos antes de decaer

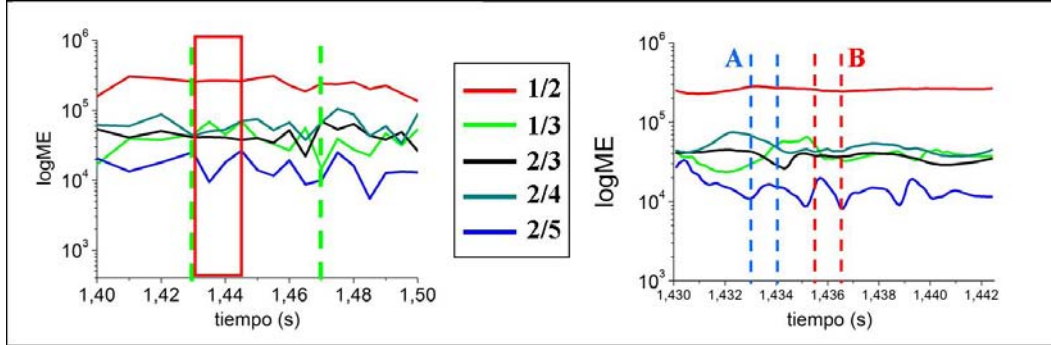


Figura 4.45: Evolución de la energía magnética de los modos dominantes durante un suceso tipo sawtooth resonante (caso B) y no resonante (caso A). El rectángulo rojo en la gráfica de la izquierda muestra la región ampliada en la gráfica de la derecha.

rápida tras el suceso.

En el caso no resonante el valor del perfil de ι es próximo a $1/3$, figura 4.46, en especial entre $t = 1.4330$ y $t = 1.4335$ s pero nunca alcanza este valor. Cerca del núcleo del plasma no existe ninguna deformación importante del perfil de presión y el efecto de las superficies racionales $3/8$ y $2/5$ no es significativo; solamente en la región intermedia del plasma la deformación es importante debido a las superficies racionales $3/7$ y $1/2$. En el caso resonante, para $t = 1.4360$ s el modo $1/3$ está dentro del plasma cerca del eje magnético, pero su irrupción en el núcleo es breve. Respecto a la deformación del perfil de presión, la perturbación en la región interna es causada por las superficies racionales $2/5$ y $3/8$ alrededor de $\rho = 0.3$, y también hay un leve aplanamiento del perfil cerca del eje magnético debido a la superficie racional $1/3$.

La evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el término promedio para el caso no resonante, figura 4.47 gráficas de la (a) a la (c), indican como entre $t = 1.4330$ y $t = 1.4340$ s el efecto no resonante del modo $1/3$ provoca que la inestabilidad localizada en la región intermedia alcance la zona interna, formándose tres estructuras que conectan ambas regiones. En la gráfica (d), presión perturbada, en la región interna del plasma aparece una perturbación con un patrón de tres islas entre la región interna e intermedia del plasma, pero que no está claramente diferenciado de la deformación principal. En la gráfica (e), la deformación de las superficies de flujo más intensa se localiza entre la región interna e intermedia, mientras que se atenúa en el núcleo y la periferia del plasma.

En el caso resonante la deformación asociada al modo $1/3$ es mucho más evidente, figura 4.48 gráficas (a) a la (c). Aunque su presencia en el núcleo del plasma es breve, el modo $1/3$ induce una intensa deformación muy cerca del eje magnético, formándose un patrón de tres islas diferenciadas de la región intermedia del plasma. La superficie racional $2/5$ también es desestabilizada y aparece un patrón de

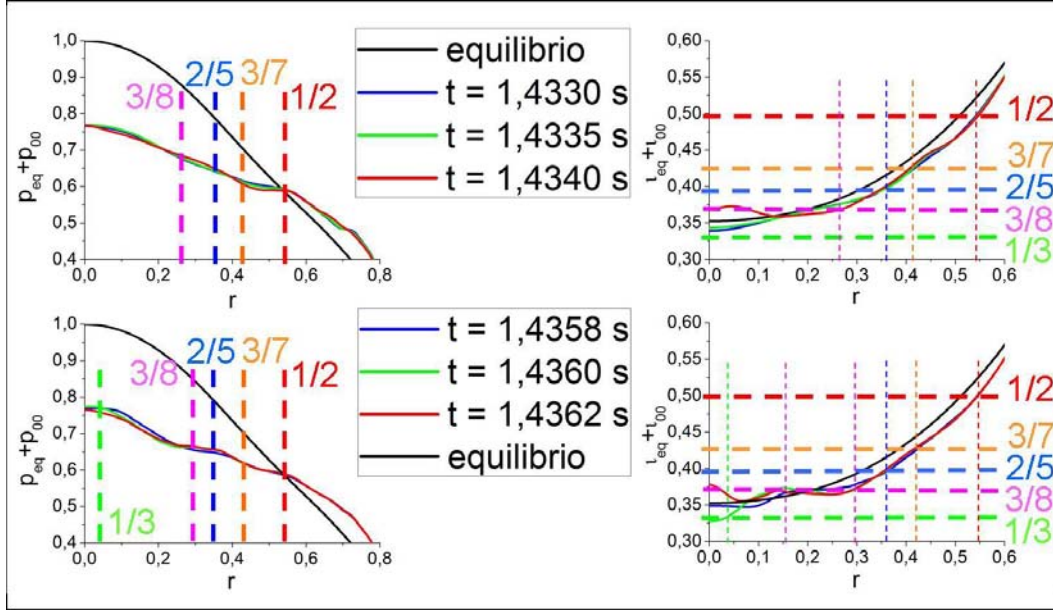


Figura 4.46: Evolución del perfil de presión (izquierda) y de la transformada rotacional (derecha) en un sucesos tipo sawtooth resonante (caso B, abajo) y no resonante (caso A, arriba).

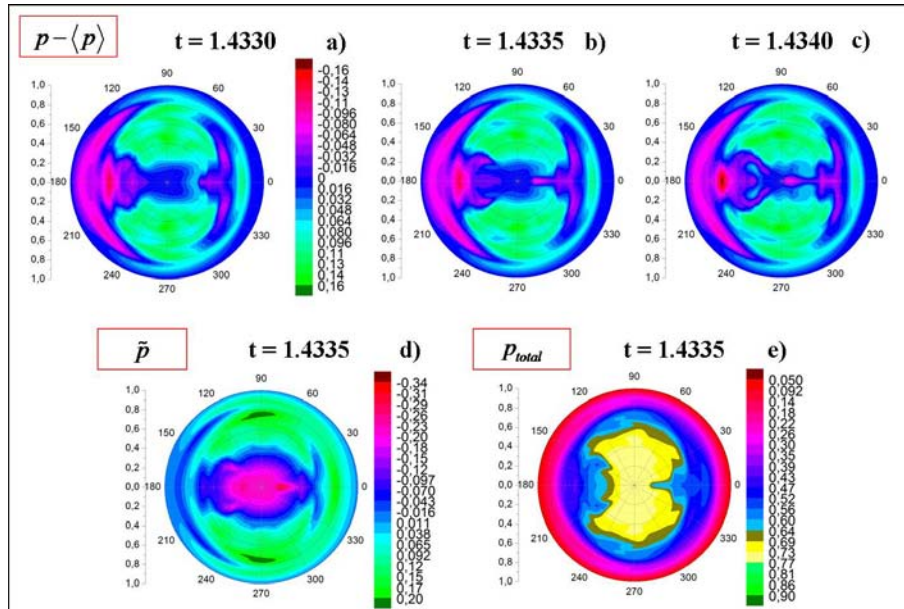


Figura 4.47: Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), durante un suceso tipo sawtooth no resonante.

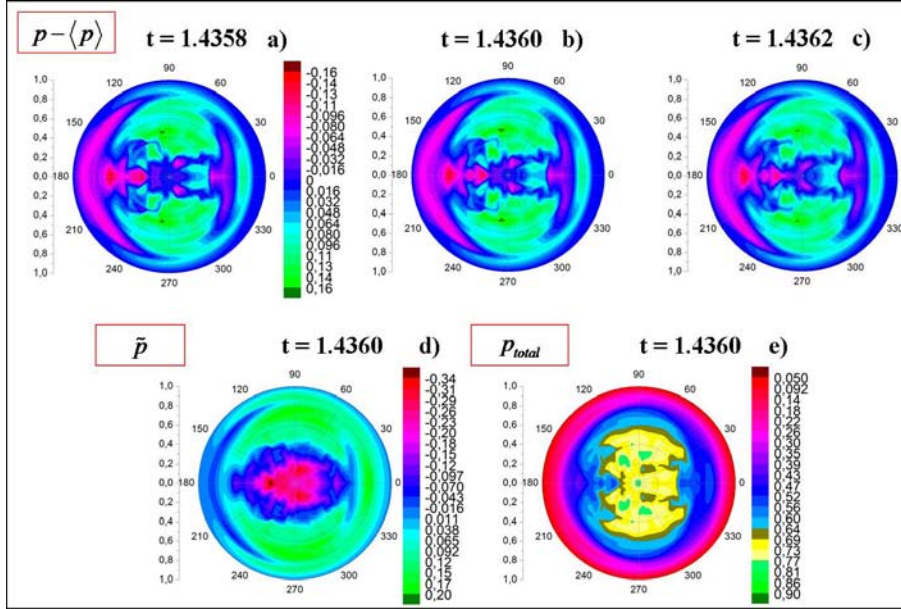


Figura 4.48: Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), durante un suceso tipo sawtooth resonante.

cinco islas entre el núcleo y la región intermedia del plasma. Respecto a la presión perturbada, gráfica (d), la perturbación en el núcleo es más intensa y el patrón de tres islas está mejor definido que en el caso no resonante. La deformación de las superficies de flujo, gráfica (e), es ahora mucho mayor en el núcleo del plasma observándose un patrón de tres islas cerca del eje magnético y de cinco islas próximas a la zona intermedia del plasma. A su vez en la región intermedia del plasma la deformación es algo menor respecto al caso no resonante. A modo de resumen, el estudio de los contornos poloidales de la presión indica que la inestabilidad en el caso resonante se localiza en la región del núcleo del plasma, y no entre la región intermedia e interna como en el caso no resonante.

Respecto a las islas magnéticas para los modos con helicidades principales, figura 4.49, en el caso A existe solapamiento entre las islas $1/2$, $2/5$ y $3/7$ en la región interna e intermedia donde aparece una zona de campo estocástico, mientras que en el caso B aunque la anchura de las islas $1/2$ decrece existen islas $1/3$ cerca del eje magnético y la región de campo estocástico alcanza el núcleo del plasma.

En resumen, al tomar un tiempo de evolución del sistema más corto se han podido resolver los sucesos individuales con mayor definición, y se ha comprobado como los sucesos tipo sawtooth resonante y no resonante se ajustan a las definiciones dadas en puntos anteriores de este capítulo. La reconstrucción de la emisividad de rayos X blandos se ajustan cualitativamente a los resultados experimentales,

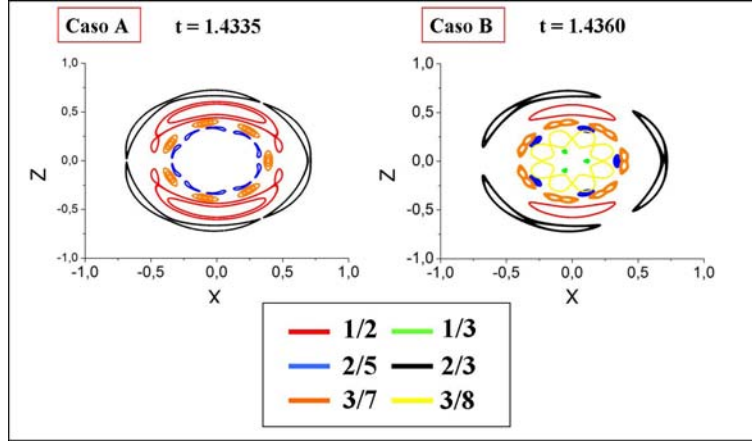


Figura 4.49: Distribución de las islas magnéticas para los modos con helicidades dominantes en los casos resonante y no resonante.

localizando la inestabilidad para el caso no resonante entre la región intermedia e interna del plasma, mientras que la resonante se desarrolla en el núcleo del plasma.

4.4.2. Cadena de sucesos tipo sawtooth resonante

A continuación se estudia una cadena de sucesos tipo sawtooth resonante entre $t = 1.54$ y $t = 1.64$ s, donde el modo $1/3$ está localizado en el núcleo de plasma de manera permanentemente. En la reconstrucción de la emisividad de rayos X blandos, figura 4.50, se focaliza el análisis en tres casos (A, B y C) que se corresponden a tres sucesos diferenciados entre los tiempos $t = 1.5868$ y 1.5872 s (caso A), del $t = 1.5874$ al $t = 1.5876$ s (caso B) y en $t = 1.5888$ hasta $t = 1.5892$ s (caso C).

En el caso A es donde se aprecia una mayor caída del perfil de emisividad, del orden del 10 %, decayendo en toda la región interna, observándose repuntes del perfil a partir de la zona intermedia del plasma, lo que implica que el suceso se extiende a ambas regiones. En el caso B, la caída en la región interna es mucho menor y se limita a las líneas 8 y 12, manteniéndose sin apenas sufrir ninguna perturbación las demás líneas existiendo solo leves repuntes en la región intermedia del plasma, es decir, el suceso es mucho más débil que en el caso A y no se extiende a la región intermedia del plasma. Por el contrario, en el caso C, la caída de la emisividad vuelve a ser acusada para las líneas 7 – 11 en el interior del plasma, pero el suceso no se extiende a la región intermedia ya que las líneas del perfil en esta zona a penas sufren modificación alguna.

En la evolución de la energía magnética de los modos dominantes, figura 4.51, para los casos A y C el modo $1/3$ alcanza un máximo local en torno a $t = 1.5872$ y $t = 1.5890$ s respectivamente, mientras que en el caso B la energía del modo $1/3$ está decreciendo. Si se analiza el comportamiento de la energía asociada a

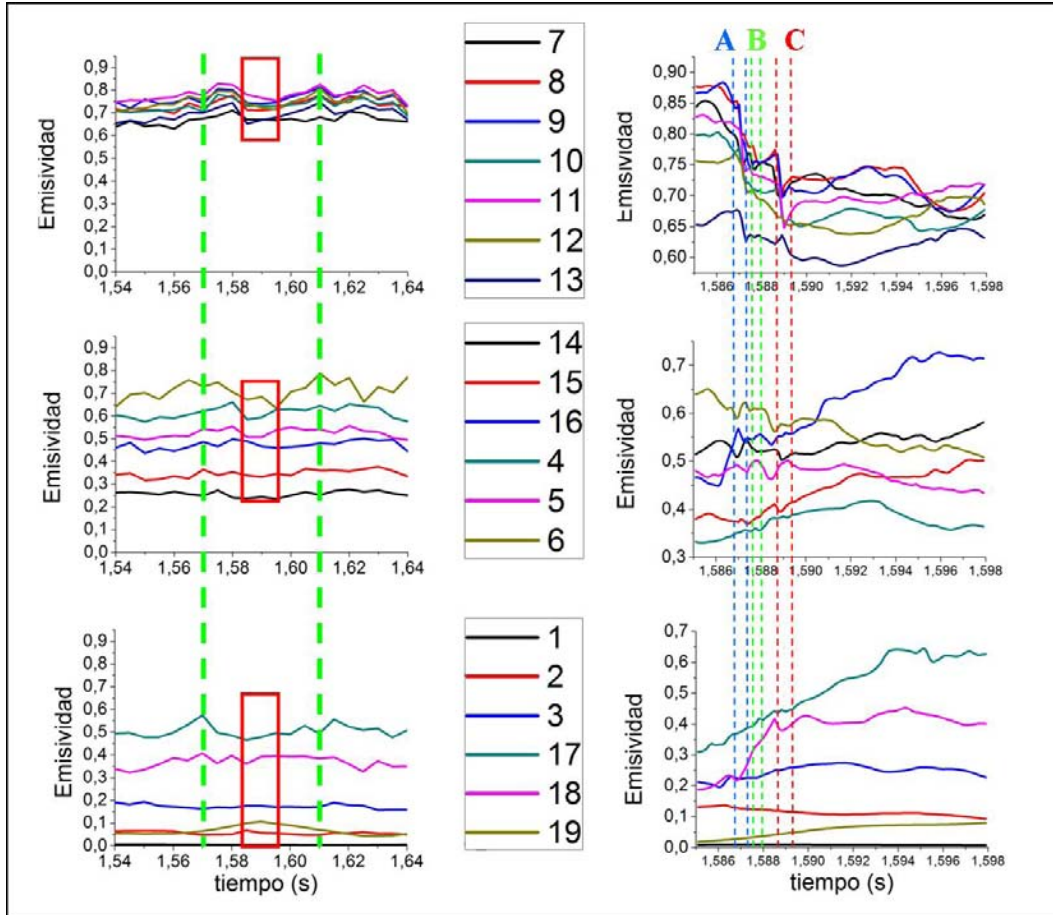


Figura 4.50: Reconstrucción de la emisividad de rayos X blandos para una cadena de sucesos tipo sawtooth resonante. De arriba hacia abajo, las gráficas representan la región interna, la intermedia y la periferia del plasma. Las gráficas de la derecha son una ampliación del recuadro rojo presente en las gráficas de la izquierda.

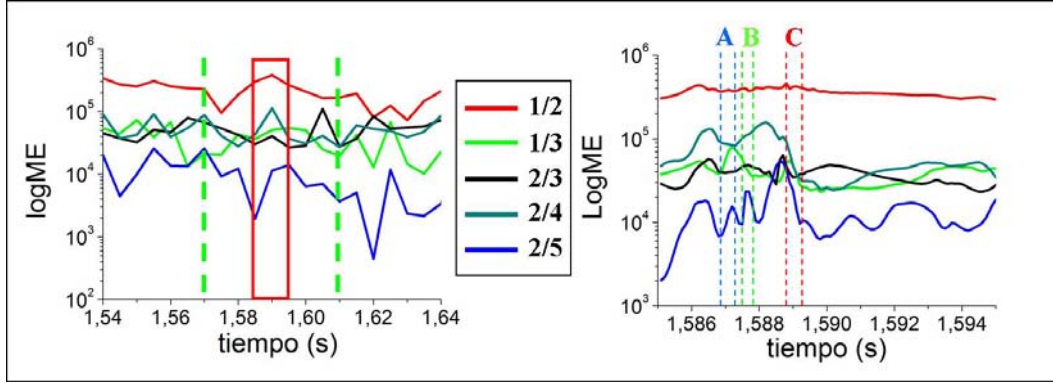


Figura 4.51: Evolución de la energía magnética de los modos dominantes durante tres sucesos sawtooth resonantes.

los demás modos dominantes, en los casos A y B el máximo local del modo 1/3 coincide con un máximo del modo 2/5, pero en C la energía de todos los modos disminuye exceptuando la del modo 1/3. Este dato indica que en el caso C el suceso es excitado principalmente por la acción del modo 1/3, mientras que en los casos A y B el efecto de otros modos dominantes, especialmente el modo 2/5, modificará el patrón del suceso tipo sawtooth resonante.

En el estudio de la evolución del perfil de presión y la transformada rotacional, figura 4.52, el valor de ι en el núcleo del plasma es menor que $1/3$ durante los tres sucesos. En los tres casos existe una fuerte deformación del perfil de presión en el núcleo del plasma, desde el eje magnético hasta $\rho = 0.2$, por efecto de la superficie racional 1/3. En los sucesos A y B la presencia de las superficies racionales 2/5 y 3/8 causa una deformación en la región interna del plasma que en el caso C no se aprecia, pero en C el aplanamiento es todavía más intenso llegando a producirse una inversión del perfil cerca del eje magnético. Estos datos indican que el caso C es el que mejor representa a un suceso tipo sawtooth resonante, puesto que el efecto perturbador de los modos 2/5 y 3/8 en el núcleo es poco significativo frente al de la superficie racional 1/3.

Estudiando la evolución del contorno poloidal de la presión para los casos A, B y C, figuras 4.53, 4.54 y 4.55 respectivamente, en las gráficas de la presión perturbada sin término promedio sobre la superficie de flujo, (a) (b) y (c), para los tres sucesos existe una fuerte perturbación cerca del eje magnético. En los casos A y B el patrón de tres islas está deformado por la acción de la superficie racional 2/5, a diferencia del suceso C donde el patrón está mejor definido, ya que solo la superficie racional 1/3 afecta a la estabilidad del núcleo. En las gráficas (d), presión perturbada, el suceso C presenta el patrón de tres islas más claro y la perturbación más intensa cerca del eje magnético. En las gráficas (e), en los tres casos existe una fuerte deformación de las superficies de flujo en la región intermedia e interna, pero es en el caso C donde la perturbación es mayor cerca

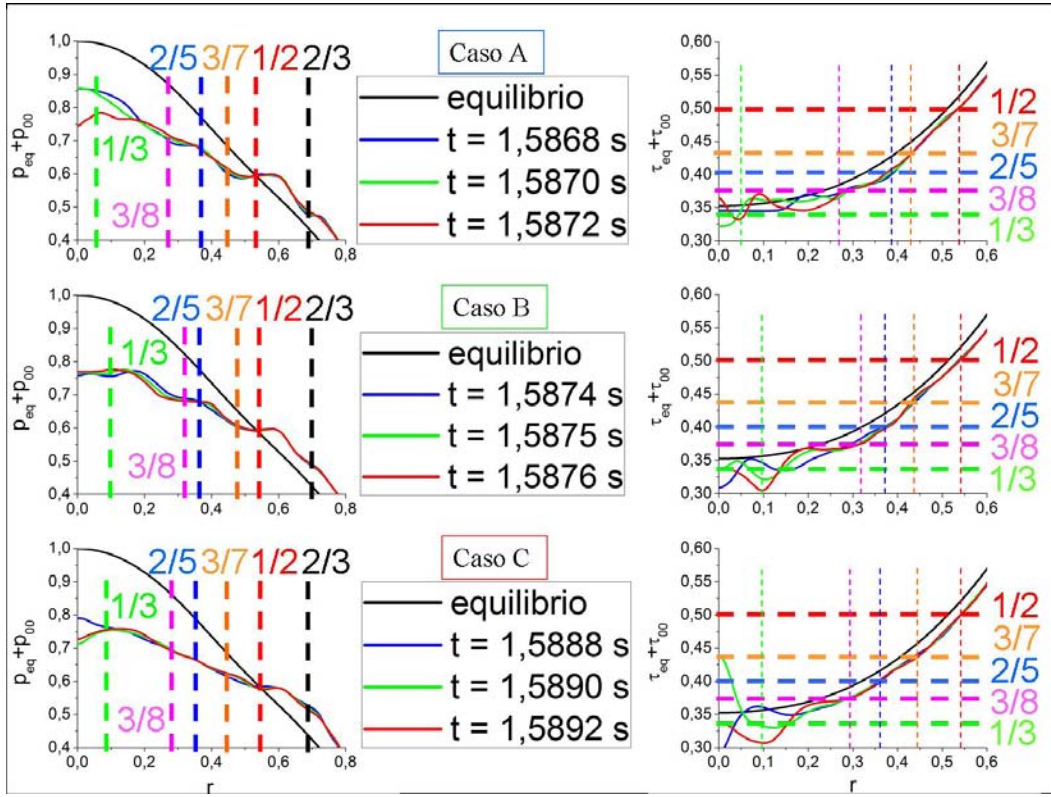


Figura 4.52: Evolución del perfil de presión (izquierda) y de la transformada rotacional (derecha) durante tres sucesos sawtooth resonante.

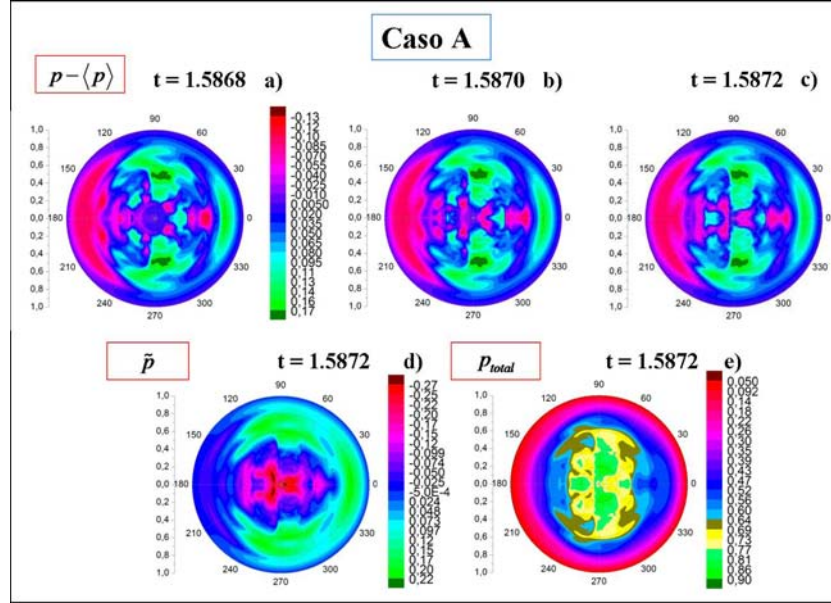


Figura 4.53: Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), caso A.

del eje magnético y el patrón de tres islas está mejor definido.

En el análisis de la distribución de las islas magnéticas para las helicidades dominantes, figura 4.56, para los tres sucesos existen tres islas cerca del eje magnético. Solo en los casos A y B hay islas asociadas a la superficies racionales $2/5$, mientras que en el suceso C la anchura de la islas $1/2$, $3/7$ y $2/3$ es mayor. Respecto al caso A existe solapamiento entre las islas magnéticas desde el núcleo hasta la región intermedia, conformándose una zona con campo estocástico extensa. En el caso B, la anchura de las islas magnéticas es menor, especialmente las islas $1/3$ y $2/5$, por lo que el solapamiento es menor. En C, aunque la anchura de las islas $1/2$ y $3/7$ se incrementa las islas $2/5$ desaparecen, por lo que no existe solapamiento entre la región interna e intermedia del plasma y se forman dos zonas con campo estocástico diferenciadas.

Según los resultados anteriores, el caso C es el más representativo de un suceso tipo sawtooth resonante, dado que en A y B las superficies racionales $2/5$ y $3/7$ tienen un mayor efecto desestabilizador, evitando que la inestabilidad se localice solo en el núcleo y se expanda a la región intermedia del plasma. El caso A es el suceso que provoca una mayor perdida de capacidad de confinamiento del plasma, ya que la inestabilidad se extiende entre ambas zonas y la región con campo estocástico es mayor, causando el mayor flujo de energía fuera del sistema. Como conclusión de este estudio se confirma que el modo $1/3$ es el agente perturbador principal en un suceso tipo sawtooth, y que puede existir una gran variedad de

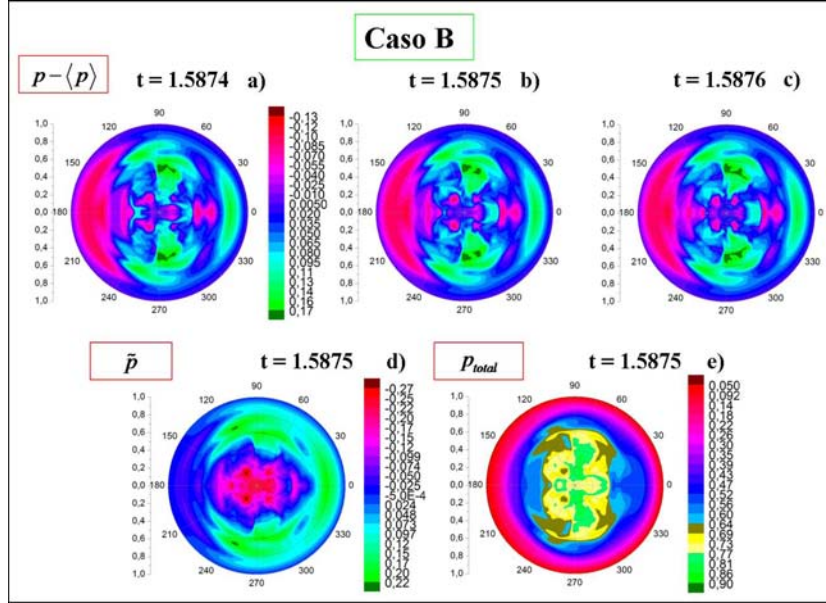


Figura 4.54: Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), caso B.

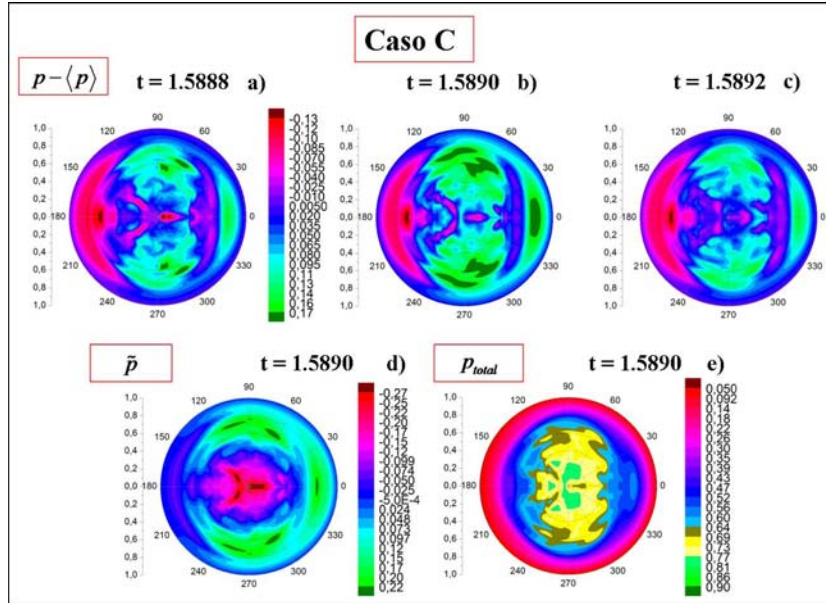


Figura 4.55: Evolución de la sección poloidal de la presión perturbada sin el termino promedio sobre la superficie de flujo, gráficas (a) a la (c), la presión perturbada, gráficas (d) y el valor completo de la presión, gráfica (e), caso C.

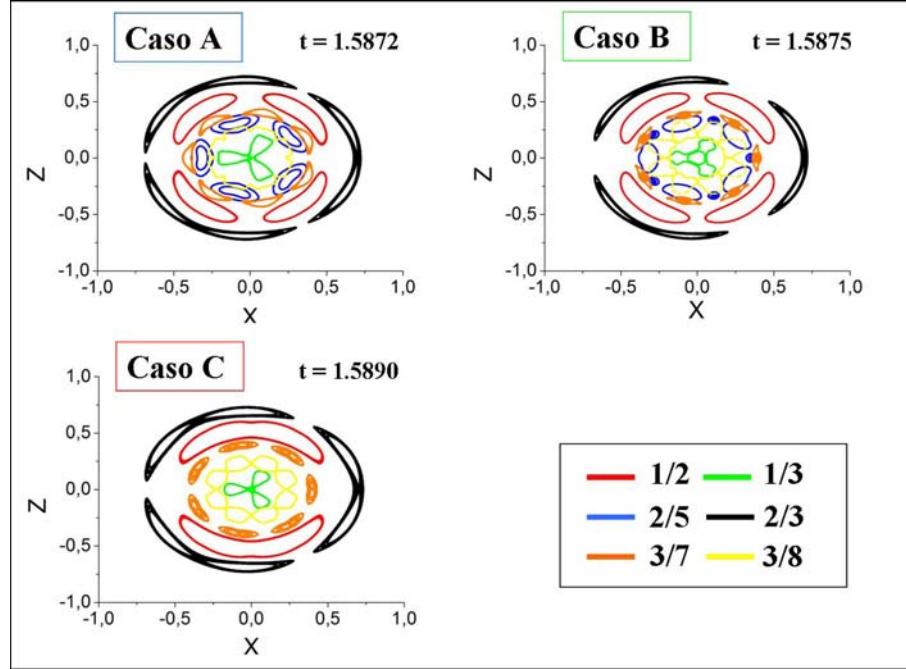


Figura 4.56: Distribución de las islas magnéticas para los modos con helicidad dominante en los casos A, B y C.

sucesos semejantes dependiendo del efecto desestabilizador asociado a otras superficies racionales, cada uno con un impacto diferente en la eficiencia del dispositivo LHD para confinar el plasma, siendo el caso menos favorable el que tiene lugar cuando el efecto resonante del modo $1/3$ alcanza la región intermedia del plasma, al solaparse las islas $1/3$ con las islas $1/2$, $2/5$, $3/7$ y $3/8$.

4.5. Conclusiones

Del análisis de los casos I y II para diferentes valores de β_0 del sistema se concluye que, para β_0 mayores del 1%, aparecen fenómenos tipo sawtooth no resonantes y disrupciones internas asociadas a la racional $1/2$, mientras que a partir de una β_0 del 1.48% se excitan sucesos tipo sawtooth resonante. El estudio muestra como el inductor principal de los sucesos tipo sawtooth es el modo $1/3$ ya sea en su versión resonante o no resonante, según el modo esté localizado o no en el núcleo del plasma. La inestabilidad más intensa tiene lugar en el caso resonante, aunque ambos sucesos tipo sawtooth se vuelven cada vez más violentos según se incrementa la beta del sistema, causando un desconfinamiento parcial del plasma de manera periódica. Los sucesos tipo sawtooth son menos perjudiciales que una disrupción interna inducida por la racional $1/2$, que provoca un fuerte reajuste del equilibrio y una caída abrupta de la capacidad de confinar el plasma

por parte del dispositivo, que se traduce en un flujo de energía muy intenso hacia el exterior del sistema. Se ha observado como para sistemas con β_0 del 1.48 %, las disrupciones internas asociadas a la 1/2 no se excitan debido a la presencia del modo 1/3 en el interior del plasma evitando que la deformación asociada a la superficie racional 1/2 sea la dominante. Como los sucesos tipo sawtooth resonantes y no resonantes tienen una mayor recurrencia, se asocian para remover de manera eficiente la energía del sistema y evitar que tenga lugar una reestructuración más violenta del equilibrio, protagonizada por disrupciones internas tipo 1/2.

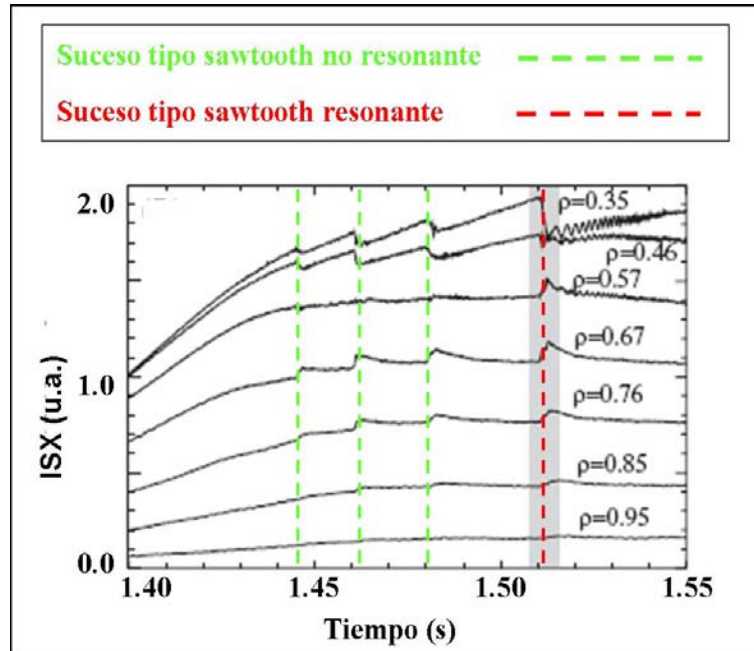


Figura 4.57: Perfil experimental de emisión para rayos X blandos para sucesos tipo sawtooth. Las líneas verdes indican sucesos tipo sawtooth no resonantes y la roja un suceso tipo sawtooth resonante.

A la hora de comparar la simulación con los datos experimentales mediante la reconstrucción de la emisividad de rayos X blandos, se comprueba que las características definidas para los sucesos tipo sawtooth resonantes y no resonantes son cualitativamente similares a la actividad encontrada durante la operación del LHD. Este análisis también concluye que los sucesos no resonantes están localizados entre la región interna e intermedia del plasma, mientras que los resonantes se desarrollan en el núcleo del plasma. De los cálculos realizados, como posible interpretación de los resultados experimentales, figura 4.57, se indica con una traza verde los sucesos no resonantes y en rojo los resonantes.

La excitación de sucesos tipo sawtooth en la operación del dispositivo LHD es inevitable, puesto que el efecto no resonante del modo 1/3 solo se puede reducir evitando que el perfil de la transformada rotacional se aproxime a valores

de $\iota = 1/3$, pero nunca eliminar por completo su influencia desestabilizadora. El caso resonante sí que se puede prevenir impidiendo que el perfil de la transformada rotacional caiga por debajo del valor $1/3$, ya que solo en estas circunstancias la inestabilidad es inducida. Este es un hecho relevante porque la pérdida de eficiencia por parte del LHD es mayor para los sucesos tipo sawtooth resonantes. Si un suceso resonante es excitado, el efecto desestabilizador de otras superficies racionales presentes en el núcleo como la $2/5$ o la $3/8$, provoca que la inestabilidad localizada en el núcleo alcance la región intermedia del plasma, ampliándose la zona con campo estocástico, reduciendo todavía más la eficiencia del dispositivo para confinar el plasma.

Conclusiones

El estudio de la estabilidad del dispositivo LHD frente a inestabilidades de naturaleza MHD concluye que las configuraciones inward son susceptibles de sufrir inestabilidades tipo intercambio, mientras que las configuraciones outward desarrollan inestabilidades tipo ballooning. Estos resultados señalan a los modos ballooning como un candidato plausible a la hora de explicar la actividad hallada en el dispositivo LHD cuando opera en configuraciones outward, cuya naturaleza hasta ahora no estaba del todo comprendida. Las simulaciones realizadas mediante el código HnBal muestran como, para configuraciones outward con $R_{ax} > 3.8$ m, la tasa de crecimiento de los modos ballooning cerca de la periferia del plasma es alta, limitando la capacidad operativa del LHD, en especial cuando la β_0 supera valores del 4 % para un perfil de presión ancho o del 5 % para uno picudo, lo que indica a su vez que las configuraciones con perfiles de presión anchos son mas inestables que aquellas con perfiles picudos. Mediante un estudio de las tasas de crecimiento en regiones con curvatura magnética favorable y desfavorable, se ha determinado como las configuraciones inward del LHD sufren inestabilidades tipo intercambio, mientras en las outward la inestabilidad es de naturaleza ballooning, limitando en ambas de manera importante la capacidad operativa del LHD desde el punto de vista de la estabilidad MHD. Para ampliar los conocimientos del presente estudio se han estudiado las propiedades locales del plasma. Se ha visto, en particular, como la cizalla magnética local y la compresión de las superficies de flujo afectan al factor estabilizador por pandeo de las líneas de campo, frente al agente desestabilizador de la curvatura local. Como resultado se observa que las variables locales predicen un comportamiento acorde con los resultados obtenidos en el estudio de las tasas de crecimiento ballooning, ya que para perfiles picudos cerca de la frontera del plasma, el factor estabilizador por pandeo de las líneas de campo toma valores mínimos frente a la curvatura local que es desfavorable, fomentando la aparición de inestabilidades tipo ballooning.

Si se analiza la capacidad operativa del LHD desde la perspectiva de la estabilidad MHD, considerando como variables principales β_0 y la localización del eje magnético en el vacío, en configuraciones outward con $R_{ax} \leq 4.1$ m y β_0 del orden del 5 % tienen lugar los llamados colapsos de densidad o CDC, cuyo efecto en el plasma se traduce en una gran pérdida de su capacidad de confinamiento,

y se caracterizan por iniciarse mediante violentas inestabilidades en la periferia del plasma. El agente inductor de estos sucesos no es bien conocido, pero el presente estudio indica como la región con tasas de crecimiento ballooning máximas y CDC son coincidentes, ya que es en la región externa del plasma, $\rho > 0.8$, para operaciones con alta beta del 5 % hasta el 7.5 %, y en configuraciones outward con $R_{ax} = 4.0$ m hasta $R_{ax} = 4.1$ m, donde la tasa de crecimiento ballooning es máxima.

Las conclusiones anteriores son relevantes a la hora de optimizar ciertos modelos de operación del LHD, como configuraciones con núcleos de alta densidad con barreras de difusión internas (IDB/SDC), propuesto como posible modelo para un futuro reactor de fusión termonuclear comercial tipo Stellarator, dado el compendio de propiedades favorables de las que goza. Estas configuraciones sufren de sucesos CDC que limitan el rango de operación dificultando que el sistema alcance valores de β_0 mayores al 5 % cuando $R_{ax} = 4.1$ m sin sufrir fuertes inestabilidades MHD. En estas circunstancias es posible realizar una comparación entre la región de actividad ballooning máxima con perfiles de presión picudos y las medidas experimentales para operaciones IDB/SDC, comprobando como ambas regiones de actividad son coincidentes. Identificar a los modos ballooning como los inductores de la actividad CDC en operaciones IDB/SDC reporta un conocimiento importante a la hora de prevenir estos sucesos, con el fin de mejorar la capacidad operativa del LHD al evitar configuraciones con malas propiedades de estabilidad MHD, incrementando la eficiencia con la que el dispositivo confina el plasma.

La segunda parte del presente trabajo se ha dedicado al estudio de las interrupciones internas y los sucesos tipo sawtooth, estos últimos observados y analizados experimentalmente en el LHD. El objetivo es simular estos fenómenos con el fin de aportar un mejor conocimiento de la física subyacente, de cara a optimizar la operación del dispositivo LHD en regímenes donde estos sucesos estén presentes. Se ha utilizado el código de evolución temporal FAR-3D sobre dos equilibrios sin corriente toroidal neta reconstruidos mediante el código VMEC antes y después de una actividad tipo sawtooth (casos I y II). Los casos I y II responden a una configuración inward, $R_{ax} = 3.69$ m y $R_{ax} = 3.67$ m, con β_0 del 1.48 % y del 1.25 % respectivamente, con alto campo magnético $B_0 = 2.67$ T. Para ambos casos la simulación se ha desarrollado reiniciando el valor de la β_0 , tomando la mitad de su valor original como punto de partida, incrementando paulatinamente su magnitud y estudiando como se comporta el plasma en cada caso, haciendo especial incapié en los fenómenos de naturaleza oscilatoria que se observasen. Se comprobó que tanto en el caso I como en el II para valores de β_0 del orden del 1 %, se empiezan a observar comportamientos oscilatorios tipo sawtooth y puntualmente interrupciones internas asociadas a la superficie racional 1/2 para $\beta_0 \geq 1.12$ %. El estudio revela como el modo 1/3, mediante su efecto resonante y no resonante sobre la región interna e intermedia del plasma es el agente inductor principal de

los sucesos tipo sawtooth, que están asociados con máximos locales en la energía magnética de este modo. En el caso no resonante existe un solapamiento de las islas magnéticas localizadas entre la región interna e intermedia del plasma, donde se crea una zona de campo estocástico, causando que el sistema pierda parte de su capacidad para confinar el plasma hasta que tiene lugar la reconexión magnética; en el caso resonante, debido a la presencia de islas $1/3$ cerca del eje magnético, la región de campo estocástico alcanza el núcleo del plasma y la inestabilidad se hace más violenta. Respecto a una disrupción interna tipo $1/2$, las islas magnéticas son mucho más anchas y están solapadas a lo largo de casi todo el plasma, por lo que la zona con campo estocástico será extensa, provocando una fuerte reestructuración del equilibrio y una importante pérdida de la capacidad de confinamiento del plasma, que se traduce en un intenso flujo de energía hacia el exterior del sistema. La reestructuración del equilibrio después del fenómeno disruptivo lleva asociada la aparición o extinción de sucesos tipo sawtooth, que a lo largo de la simulación se suceden sin afectar de manera significativa al equilibrio. Conocer cuáles son los efectos negativos para el confinamiento del plasma debidos a la posible excitación de disrupciones internas, y minimizar las pérdidas causadas por la actividad tipo sawtooth es necesario si se pretende optimizar el funcionamiento de LHD, pero las simulaciones muestran que la existencia de relajaciones periódicas del sistema incluso para valores bajos de la beta son inevitables. Este hecho obliga a buscar regiones de operación donde las disrupciones tipo $1/2$ no sean inducidas y se reduzcan las pérdidas asociadas a sucesos tipo sawtooth.

A la hora de comparar los resultados de la simulación con el experimento, se ha desarrollado un diagnóstico teórico con el que reconstruir cualitativamente los perfiles de emisividad de rayos X blandos mediante los datos de la simulación. Se han estudiado cadenas de sucesos individuales tanto resonantes como no resonantes, comprobando que las definiciones dadas para los sucesos tipo sawtooth en la simulación se asemejan a las características de la actividad observada en el LHD. Otro resultado ha sido identificar al suceso tipo sawtooth más desfavorable, un caso resonante donde la región estocástica se extiende desde el núcleo a la zona intermedia donde las islas $2/5$, $3/7$ y $3/8$ se superponen a las $1/3$ y $1/2$, ampliándose la región en la que el dispositivo pierde su capacidad para confinar de manera eficiente el plasma.

Se ha observado como para β_0 del orden del 1.48 % las disrupciones internas tipo $1/2$ cesan su actividad en favor de sucesos tipo sawtooth resonantes, mucho menos violento pero de mayor frecuencia. Dado que el caso resonante está directamente asociado con la irrupción de la racional $1/3$ en el interior del plasma, se puede prevenir su excitación mediante un control eficiente del perfil de la transformada rotacional cerca del eje magnético evitando que $\iota < 0.33$. Esto permitiría manejar de manera más eficiente las relajaciones del sistema, evitando que tengan lugar fenómenos disruptivos de naturaleza más violenta como los debidos a la

superficie racional $1/2$. En el caso no resonante, no es posible impedir su efecto desestabilizador por completo, pero sí minimizarlo impidiendo que el perfil de la transformada rotacional se aproxime a valores de $\iota = 0.33$. Aunque no se hayan observado todavía disrupciones internas en el LHD, futuros modelos de operación pueden sufrir este tipo de sucesos sobre todo cuando el eje magnético derive hacia el interior del toro en operaciones con alta beta.

Resumiendo los resultados obtenidos en el presente trabajo en relación a la optimización de la operación del dispositivo LHD desde el punto de vista de la estabilidad MHD, en la figura 4.59 se delimitan aquellas regiones donde se excitan inestabilidades que reducen la eficiencia del dispositivo LHD, atendiendo a la β_0 del sistema y a la posición del eje magnético en el vacío. Es recomendable evitar configuraciones inward con β_0 superior al 1 % con $R_{ax} = 3.6$ m y del 1.5 % para $R_{ax} = 3.7$ m, para no excitar modos de intercambio que den lugar a disrupciones internas o sucesos tipo sawtooth, que causarán una merma importante en la capacidad del dispositivo para confinar el plasma. En el caso de que una disrupción interna sobre la superficie racional $1/2$ pueda llegar a inducirse, optimizar la operación del LHD requiere evitar la excitación de este suceso y favorecer la actividad asociada al efecto resonante del modo $1/3$ e inducir sucesos tipo sawtooth resonantes. En configuraciones outward con $R_{ax} = 3.8$ m hasta $R_{ax} = 3.9$ m, una vez superada la región donde el núcleo es MHD inestable debido a la superficie racional $1/2$, es posible acceder a regiones con $\beta_0 > 3$ %.

En configuraciones outward con $R_{ax} \geq 3.8$ m, son los modos ballooning excitados en la periferia del plasma las inestabilidades a evitar. Si se compara la tasa de crecimiento de los modos ballooning para equilibrios con perfiles de presión picudos con la actividad MHD en operaciones IDB/SDC, la región de actividad ballooning se localiza para betas mayores del 5 % entre $R_{ax} = 3.8$ m y $R_{ax} = 4.0$ m, mientras que entre $R_{ax} = 4.0$ m y $R_{ax} = 4.1$ m será inestable para betas del 3 %. En operaciones con IDB/SDC el fenómeno que implica un peor comportamiento del plasma son los colapsos de densidad, que tienen lugar para β_0 del 6 % y del 3 % con $R_{ax} = 4.1$ m y $R_{ax} = 4.2$ m respectivamente. Si se pretende operar con valores altos de β_0 , los fenómenos CDC se pueden evitar localizando el eje magnético en el vacío en posiciones no superiores a $R_{ax} = 4.0$ m. A pesar de que los fenómenos CDC puedan ser evitados, la β_0 máxima accesible por el sistema sigue estando limitada por la actividad ballooning, por lo que es posible que en futuros modelos de operación del LHD donde se alcance una $\beta_0 > 7.5$ % con el eje magnético en el vacío entre $R_{ax} = 3.8$ m y 4.0 m, el sistema sufra sucesos semejantes a los CDC o de naturaleza similar, dado que su inductor principal también serán los modos ballooning.

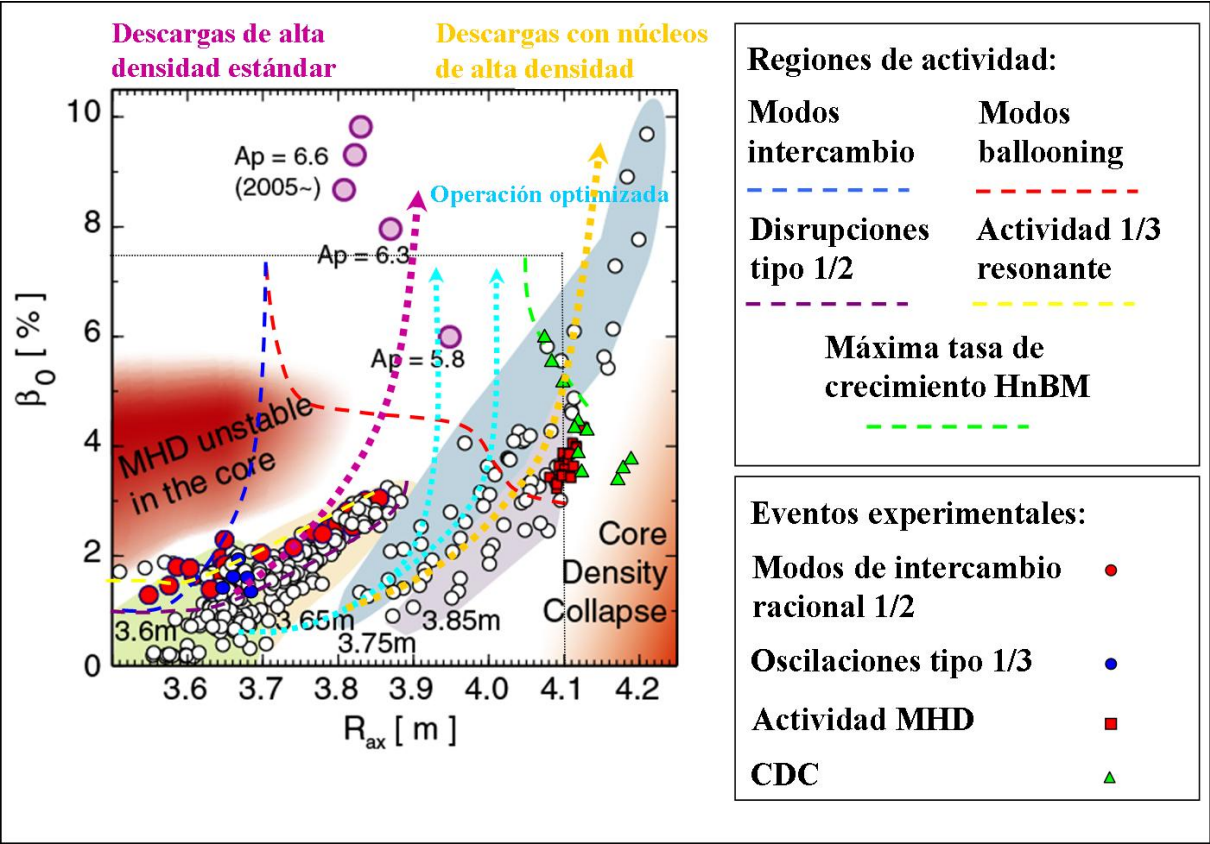


Figura 4.58: Régimen de operación optimizado para el LHD.

Apéndice A

Coordenadas curvilíneas y coordenadas de Boozer

A.1. Forma contravariante de \vec{B}

La hipótesis principal consiste en suponer que las líneas del campo magnético son tangentes a las superficies tóricas anidadas indexadas por el coeficiente $s = cte$, es decir, $\vec{B} \cdot \vec{\nabla}s = 0$.

El sistema de coordenadas queda definido por las variables (s, θ, ϕ) , donde la coordenada θ se corresponde con el ángulo poloidal y ϕ al ángulo toroidal. Gráficamente:

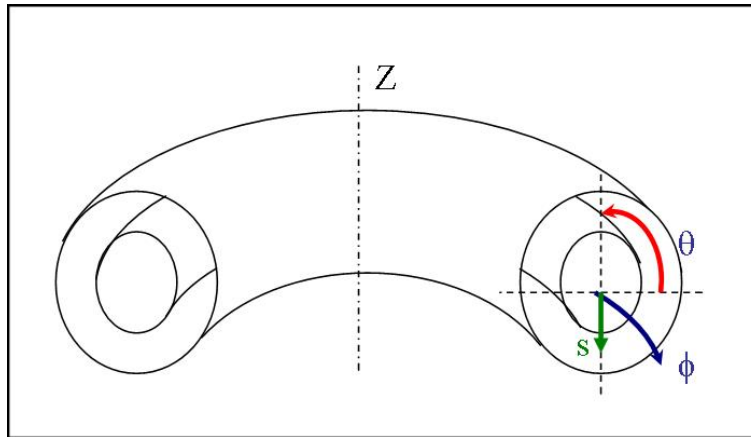


Figura A.1: Coordenada magnéticas.

Como $\vec{B} \cdot \vec{\nabla}s = 0$, la componente contravariante de la coordenada de superficie tórica es nula, $B^s = \vec{B} \cdot \vec{\nabla}s = 0$.

$$\Rightarrow \vec{B} = \sqrt{g}B^\theta \vec{\nabla}\phi \wedge \vec{\nabla}s + \sqrt{g}B^\phi \vec{\nabla}s \wedge \vec{\nabla}\theta$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{\partial(\sqrt{g}B^\theta)}{\partial\theta} + \frac{\partial(\sqrt{g}B^\phi)}{\partial\phi} \right]$$

Se define una nueva variable $\lambda(s, \theta, \phi)$ tal que $\sqrt{g}B^\phi = \partial\lambda/\partial\theta$ y $\sqrt{g}B_\theta = -\partial\lambda/\partial\phi$.

$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla}s \wedge \vec{\nabla}\lambda$$

llamada representación de Clebsch del campo magnético, donde:

$$\lambda(s, \theta, \phi) = \psi'(s)\theta - \chi'(s)\phi + \tilde{\lambda}(s, \theta, \phi)$$

siendo $2\pi\psi$ el flujo toroidal, $2\pi\chi$ el flujo poloidal y $\tilde{\lambda}$ una función periódica de θ y ϕ .

A.2. Forma covariante de \vec{B}

Conocida la ecuación de equilibrio, $\vec{\nabla}p = \vec{J} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{J} \cdot \vec{\nabla}s = 0$, donde $p = p(s)$. Desarrollo covariante del campo magnético:

$$\vec{B} = B_s \vec{\nabla}s + B_\theta \vec{\nabla}\theta + B_\phi \vec{\nabla}\phi$$

El rotacional del campo magnético es:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge (B_s \vec{\nabla}s + B_\theta \vec{\nabla}\theta + B_\phi \vec{\nabla}\phi) = \mu_0 \vec{J}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{B} \cdot \vec{\nabla}s = (\vec{\nabla} \wedge \vec{B})^s = \mu_0 \vec{J} \cdot \vec{\nabla}s = 0$$

$$(\vec{\nabla} \wedge \vec{B})^s = -\frac{\partial B_\theta}{\partial\phi} + \frac{\partial B_\phi}{\partial\theta} = 0$$

Se define una nueva variable $\nu(s, \theta, \phi)$ tal que $B_\theta = \partial\nu/\partial\theta$ y $B_\phi = -\partial\nu/\partial\phi$. Aplicando esta modificación:

$$\vec{B} = B_s \vec{\nabla}s + \frac{\partial\nu}{\partial\theta} \vec{\nabla}\theta + \frac{\partial\nu}{\partial\phi} \vec{\nabla}\phi = \beta \vec{\nabla}s + \vec{\nabla}\nu$$

donde $\beta = B_s - \partial\nu/\partial s$ con:

$$\nu(s, \theta, \phi) = I(s)\theta - J(s)\phi + \tilde{\nu}(s, \theta, \phi)$$

siendo $2\pi I/\mu_0$ la corriente toroidal, $2\pi J/\mu_0$ la corriente poloidal y $\tilde{\nu}$ una función periódica de θ y ϕ .

A.3. Coordenadas de Boozer

Se definen las coordenadas angulares de Boozer como θ_B y ζ_B de manera que las variables $\tilde{\nu}_B$ y $\tilde{\lambda}_B$ se anulan. Bajo estas circunstancias se cumple que:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \vec{\nabla}s \wedge \vec{\nabla}\lambda_B \\ \vec{B} &= \beta_B \vec{\nabla}s + \vec{\nabla}\nu_B\end{aligned}$$

por tanto:

$$\begin{aligned}\psi'(s)\theta_B - \chi'(s)\zeta_B &= \psi'(s)\theta - \chi'(s)\zeta + \tilde{\lambda} \\ I(s)\theta_B - J(s)\zeta_B &= I(s)\theta - J(s)\zeta + \tilde{\nu}\end{aligned}$$

Si se relaciona las coordenadas de Boozer con las curvilíneas, $\zeta_B = \zeta + \tilde{\zeta}_B$ y $\theta_B = \theta + \tilde{\theta}_B$:

$$\begin{aligned}\psi'(\theta_B - \theta) - \chi'(\zeta_B - \zeta) &= \tilde{\lambda} \\ I(\theta_B - \theta) - J(\zeta_B - \zeta) &= \tilde{\nu}\end{aligned}$$

sustituyendo y despejando:

$$\tilde{\theta}_B = \frac{\tilde{\lambda} + \chi'\tilde{\zeta}_B}{\psi'}$$

Sustituyendo el desarrollo anterior en la nueva definición para el campo magnético para las coordenadas de Boozer:

$$\tilde{\nu} = I \frac{\tilde{\lambda} + \chi'\tilde{\zeta}_B}{\psi'} - J\tilde{\zeta}_B$$

desarrollando:

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}_B &= \frac{\psi'\tilde{\nu} - I\tilde{\lambda}}{J\psi' - I\chi'} \\ \tilde{\theta}_B &= \frac{\chi'\tilde{\nu} - J\tilde{\lambda}}{J\psi' - I\chi'}\end{aligned}$$

Esta solución es única para θ_B y ζ_B por la simetría del Stellarator, donde las variables ν y λ son impares ante la transformación $(\theta, \zeta) \rightarrow (-\theta, -\zeta)$.

La expresión del campo magnético contravariante en las coordenadas de Boozer es:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \vec{\nabla}s \wedge \vec{\nabla}(\psi'\theta_B - \chi'\zeta_B) \\ \vec{B} &= B^\theta e_\theta + B^\zeta e_\zeta = \psi'\vec{\nabla}s \wedge \vec{\nabla}\theta - \chi'\vec{\nabla}s \wedge \vec{\nabla}\zeta \\ &\Rightarrow B^i = \left(0, \frac{\chi'}{\sqrt{g_B}}, \frac{\psi'}{\sqrt{g_B}}\right)\end{aligned}$$

Desarrollando la expresión covariante del campo magnético:

$$\vec{B} = \frac{d\psi}{ds} \frac{ds}{dr} \wedge \vec{\nabla}\theta_B - \frac{d\chi}{ds} \frac{ds}{dr} \wedge \vec{\nabla}\zeta_B = \vec{\nabla}\psi \wedge \vec{\nabla}\theta_B + \mathfrak{t} \vec{\nabla}\zeta_B \wedge \vec{\nabla}\psi$$

siendo $\mathfrak{t} = d\chi/d\psi$ la transformada rotacional.

La expresión covariante del campo magnético en coordenadas de Boozer es:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \beta_B \vec{\nabla}s + \vec{\nabla}(I\theta_B - J\zeta_B) \\ &\Rightarrow B_i = (\beta_*, I, -J)\end{aligned}$$

donde $\beta_* = \beta_B + I'\theta_B + J'\zeta_B$

El Jacobiano en coordenadas de Boozer se expresa como:

$$\begin{aligned}B^2 &= I \frac{\chi'}{\sqrt{g_B}} - J \frac{\psi'}{\sqrt{g_B}} \\ &\Rightarrow \sqrt{g_B} = \frac{I\chi' - J\psi'}{B^2}\end{aligned}$$

Por tanto, en coordenadas magnéticas de Boozer se cumple que, para $s = cte$:

$$\psi'\theta_B - \chi'\zeta_B = cte \Rightarrow \theta_B = \mathfrak{t}\zeta_B + cte$$

y para $\vec{\nabla}s \wedge \vec{B}$:

$$I\theta_B - J\zeta_B = cte \Rightarrow \zeta_B = \frac{I}{J}\theta_B + cte$$

es decir, las líneas de campo magnético y sus ortogonales sobre las superficies magnética son líneas rectas en coordenadas magnética de Boozer.

A.4. Ecuaciones del equilibrio en coordenadas de Boozer

En coordenadas Boozer la ecuación de equilibrio se simplifica:

$$\mu_0 p' \sqrt{g} = \left(\psi' \frac{\partial}{\partial \zeta} + \chi' \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \beta_* + \psi' J' - I' \chi'$$

Para modos $(m, n) \neq (0, 0)$ y descomponiendo la variable β_* en serie de Fourier:

$$(\beta_*)_{(m,n)} = \frac{\mu_0 p' \sqrt{g}_{(m,n) \neq (0,0)}}{n\psi' + m\chi'}$$

A.5. Coordenadas tipo cilíndricas

Se define la coordenada radial ρ , cuyo valor en la frontera será a . La variable s es proporcional al flujo toroidal y está normalizada a la unidad, redefinida como $s = (\rho/a)^2$. Los vectores de la base recíproca en el sistema de coordenadas tipo cilíndricas son $\vec{\nabla}\rho, \rho\vec{\nabla}\theta, R_0\vec{\nabla}\zeta$, donde R_0 es el radio mayor.

El flujo magnético toroidal en valor absoluto para un cilindro bajo un campo toroidal B_0 se expresa como:

$$2\pi|\psi| = \pi B_0 \rho^2 \Rightarrow |\psi| = \frac{B_0 \rho^2}{2}$$

Esta relación define la coordenada ρ . La coordenada s es proporcional a ψ y se normaliza a uno sobre la frontera, de manera que:

$$|\psi'| = \frac{d|\psi|}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{B_0 \rho^2}{2} s \right) = \frac{B_0 a^2}{2}$$

donde la constante a es el radio menor. El radio mayor R_0 y B_0 se definen como el valor medio de R y B sobre el eje magnético.

Apéndice B

Coordenadas sobre la línea de campo y de Shafranov. Línea de retorno

B.1. Coordenadas sobre la línea de campo

El campo magnético en coordenadas magnéticas generales (ψ, θ, ϕ) , en su versión contravariante y covariante, se escribe como:

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\psi \wedge \vec{\nabla}[\theta - \epsilon\phi + \lambda(\psi, \theta, \phi)]$$
$$\vec{B} = \vec{\nabla}[J\phi + I\theta + \nu(\psi, \theta, \phi)] + \left[-\frac{dJ}{d\psi}\phi + -\frac{dI}{d\psi}\theta + \beta(\psi, \theta, \phi) \right] \vec{\nabla}\psi$$

siendo:

$\psi \equiv$ índice de superficie de flujo.

$\theta \equiv$ ángulo poloidal.

$\phi \equiv$ ángulo toroidal.

$\beta, \nu, \lambda \equiv$ funciones periódica en θ y ϕ .

Se define el sistema de coordenadas sobre la línea de campo (ψ, η, α) , figura B1, a partir de las coordenadas magnéticas generales (ψ, θ, ϕ) , sabiendo que:

$$\eta = \theta$$
$$\alpha = \phi - \frac{1}{\epsilon}\theta - \frac{1}{\epsilon}\lambda(\psi, \theta, \phi)$$

donde α es el índice de línea de campo.

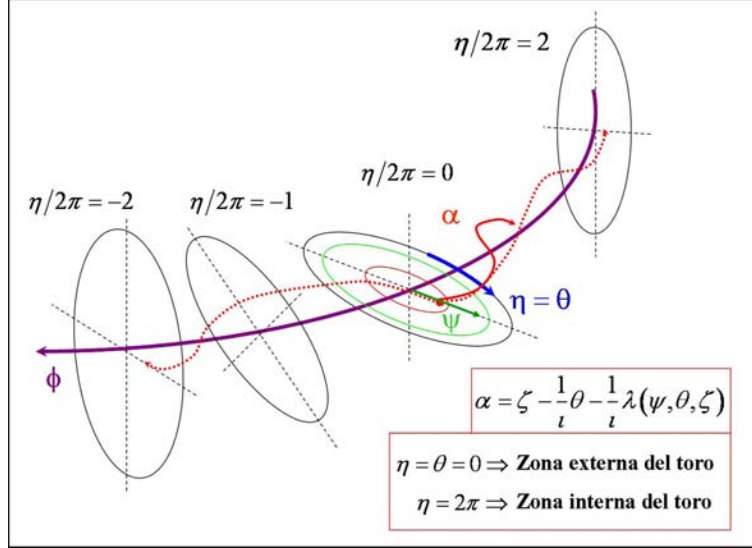


Figura B.1: Coordenada sobre la línea de campo.

Las coordenadas sobre la línea de campo (ψ, η_B, α_B) también se pueden expresar en función de las coordenadas de Boozer $(\psi, \theta_B, \zeta_B)$:

$$\begin{aligned}\eta_B &= \theta_B \\ \alpha_B &= \zeta_B - \frac{1}{l} \theta_B\end{aligned}$$

Para elaborar un estudio de estabilidad en equilibrios con intenso Shafranov Shift, es necesario buscar un sistema de coordenadas que represente con especial claridad sus efectos sobre el plasma, y como modifica el valor de las variables involucradas. Con ese fin a continuación se definen una serie de sistema de coordenadas especiales.

B.2. Sistema de coordenadas magnéticas uni-arc $(\psi, \theta_u, \zeta_B)$

El índice de superficie de flujo y el ángulo toroidal se definen análogamente a las coordenadas de Boozer, mientras que el ángulo poloidal se modifica, pasando a escribirse como θ_u que es proporcional a la longitud del arco definido por los planos de ψ y ζ_B constantes, de manera que el incremento diferencial de θ_u sea proporcional a dl_B , la longitud diferencial a lo largo de θ_B :

$$d\theta_u \propto dl_B = \sqrt{g_{\theta_B \theta_B}} d\theta_B$$

donde $\theta_B = \theta_u + \lambda_u(\psi, \theta_u, \zeta_B)$ o análogamente $\theta_u = \theta_B - \lambda_B(\psi, \theta_B, \zeta_B)$

Para la configuración en el vacío, la componente θ_B es semejante a θ_u , es decir, la aportación de λ_B es casi nula. Por contra, para configuraciones con β finita, teniendo en cuenta que las modificaciones locales del campo magnético por acción del Shafranov Shift son axisimétricas, el término λ_u contiene información sobre la deformación que sufre el campo magnético local por efecto de la corriente de Pfirsch-Schlüter.

B.3. Sistema de coordenadas de Shafranov (r_s, θ_s, ζ_s)

La ecuación en expansión Stellarator para un equilibrio sin corriente, se escribe como:

$$\left[\frac{1}{r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \Lambda = -R_0^2 \frac{d\beta}{d\Lambda} \frac{r \cos \theta}{R_0} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 \iota_v(r)]$$

donde:

$\Lambda = \Phi_p / (2\pi B_0) \equiv$ flujo poloidal normalizado.

$\iota_v \equiv$ transformada rotacional en el vacío.

Esta ecuación está escrita en un sistema de coordenadas quasi-toroidal (r, θ, ϕ) , relacionado con las coordenadas cilíndricas:

$$R = R_0 + r \cos \theta$$

$$Z = -r \sin \theta$$

con $0 \leq r \leq a$.

La configuración del vacío dispone de superficies de flujo concéntricas, con $r = a$ el círculo que delimita la frontera del plasma. Este equilibrio se puede reescribir en una expresión más conveniente para el caso de configuraciones con beta finita, aplicando las llamadas coordenadas de Shafranov (r_s, θ_s, ζ_s) , definidas como:

$$r \cos \theta = \Delta(r_s) + r_s \cos \theta_s$$

$$r \sin \theta = r_s \sin \theta_s$$

$$\phi = \zeta_s$$

Δ es el término de Shafranov Shift. Esta elección de coordenadas permite describir con mayor simplicidad aquellos equilibrios donde las superficies de flujo magnético

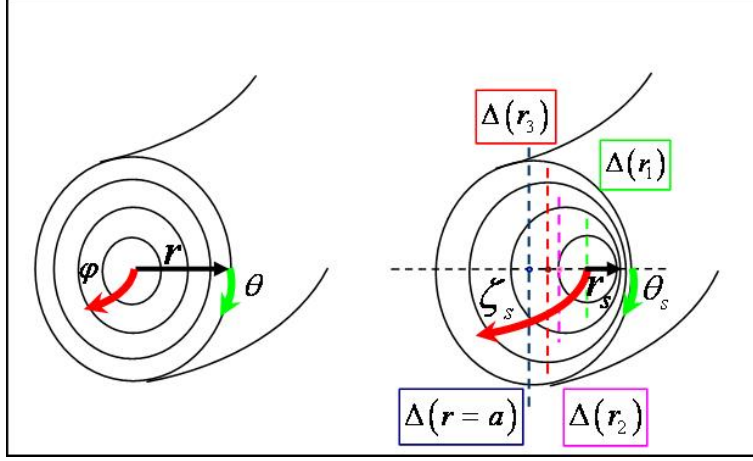


Figura B.2: Coordenadas de Shafranov

se asumen como no concéntricas, cuyas características son el radio menor r_s y la localización de su centro en $\Delta(r_s)$, donde se cumple que $(r, \theta) = (\Delta(r_s), 0)$. El término de Shafranov Shift recoge las siguientes propiedades:

$$\Delta(r_s) \geq 0 ; \Delta(a) = 0 ; d\Delta(r_s)/dr_s \leq 0$$

Sabiendo que $\Lambda = \Lambda(r_s)$ la ecuación para el equilibrio en coordenadas de Shafranov se escribe como:

$$\frac{1}{r_s G} \frac{\partial}{\partial r_s} \left(\frac{r_s^2}{G} t \right) + \frac{t}{G} \frac{d\Delta}{dr_s} \frac{\partial}{\partial \theta_s} \left(\frac{\sin \theta_s}{G} \right) = - \frac{R_0^2}{r_s t} \frac{\partial \beta}{\partial r_s} \frac{\Delta + r_s \cos \theta_s}{R_0} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 t_v(r)]$$

donde:

$$\begin{aligned} G &= 1 + \frac{d\Delta}{dr_s} \cos \theta_s \\ |\vec{\nabla} r_s|^2 &= \frac{1}{G^2} \\ \vec{\nabla} r_s \cdot \vec{\nabla} \theta_s &= \frac{d\Delta}{dr_s} \frac{\sin \theta_s}{r_s G^2} \\ \sqrt{g_s} &= \frac{1}{\vec{\nabla} r_s \wedge \vec{\nabla} \theta_s \cdot \vec{\nabla} \zeta_s} = R_0 r_s G \end{aligned}$$

Sabiendo que:

$$\iota(r_s) = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{r_s d\theta_s}{|\vec{\nabla} \Lambda|} \right]^{-1} = \frac{1}{r_s} \frac{d\Lambda}{dr_s}$$

En el vacío, $\beta = 0$ y $\Delta = 0$, se cumple que $r_s = r$ y $t(r_s) = t_v(r)$. Como el ángulo Boozer toroidal es semejante al ángulo toroidal geométrico, y el ángulo poloidal en Shafranov y en coordenadas uni-arc son proporcionales a la longitud de arco, las coordenadas Shafranov se pueden tratar como un caso particular de las coordenadas uni-arc, por lo que comparten las propiedades y definiciones del punto anterior. Por tanto se pueden escribir las siguientes relaciones para un equilibrio sin corriente:

$$\begin{aligned} g_{\theta_s \theta_s} &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta_s} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta_s} = \frac{|\vec{\nabla} \psi|^2}{B^2} \left(1 + \frac{\partial \lambda_s}{\partial \theta_s} \right)^2 \\ \Rightarrow 1 + \frac{\partial \lambda_s}{\partial \theta_s} &= \sqrt{g_{\theta_s \theta_s}} \frac{B}{|\vec{\nabla} \psi_s|} = G \end{aligned}$$

donde:

$$\sqrt{g_{\theta_s \theta_s}} = r_s ; B \approx B_0 ; \psi_s \approx \frac{B_0 r_s^2}{2}$$

Por lo que finalmente obtenemos una expresión para la λ_s , que pondera el grado de asimetría que mantiene el sistema bajo la acción del Shafranov Shift:

$$\lambda_s = \frac{d\Delta}{dr_s} \text{sen} \theta_s$$

Comparando el ángulo poloidal de Boozer con el ángulo poloidal de Shafranov, se observa que:

$$\theta_B \approx \theta_s + \frac{d\Delta}{dr_s} \text{sen} \theta_s$$

Es decir, para un campo magnético en el vacío, ambos ángulos serán casi iguales, pero cuando aumenta la β del sistema, el efecto del Shafranov Shift se recoge en el término donde figura Δ' , es decir, indica como se comprime localmente el campo magnético poloidal para la conservación del balance de la fuerza toroidal.

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, se obtiene que $g_{\psi_s \theta_s} = -(\Delta'/B_0) \text{sen} \theta_s$.

Aplicando una expansión alrededor del eje magnético:

$$\begin{aligned} t &= -\frac{R_0 \Delta \beta''}{2t} + t_v \\ \Delta' &= \frac{R_0}{4t^2} \beta' < 0 \end{aligned}$$

Estudiando el comportamiento de la transformada rotacional para beta finita en comparación con su valor en el vacío, el valor de la iota aumentar cerca del eje magnético donde $\beta'' < 0$ y decrece en la periferia donde $\beta'' > 0$.

Se redefine la cizalla magnética respecto al sistema de coordenadas de Shafranov y el parámetro de Shafranov:

$$s_q = (r_s/q)(dq/dr_s) = -s ; \tilde{s}_q = -\tilde{s}_q$$

$$\hat{s}_q = -\hat{s}_q ; \alpha = -\Delta' = -(R_0/4\iota^2)\beta' > 0$$

donde $\iota = 1/q$.

Por tanto, la expresión definitiva para el vector de onda perpendicular y la cizalla magnética en coordenadas de Shafranov, mostrando solo los términos más importantes, son:

$$|k_\perp|^2 = 1 + \left(\int_0^{\theta_s} \hat{s}_q d\theta_s \right)^2$$

$$\tilde{s}_{eq} = -\alpha \left(1 + 3s_q + \frac{r_s \beta''}{\beta'} \right) \cos \theta_s$$

$$\int_0^{\theta_s} \hat{s}_q d\theta_s = s_q(\theta_s - \theta_k) - \alpha \left(1 + 3s_q + \frac{r_s \beta''}{\beta'} \right) \cos \theta_s$$

En la parte externa del toro $\theta_s \approx 0$, para $\theta_k = 0$

$$\int_0^{\theta_s} \hat{s}_q d\theta_s = \left[s_q - \alpha \left(1 + 3s_q + \frac{r_s \beta''}{\beta'} \right) \theta_s \right]$$

Para un perfil de presiones que decrece monótonamente, $\frac{r_s \beta''}{\beta'} > 0$ cerca del eje magnético y $\frac{r_s \beta''}{\beta'} < 0$ en la periferia, por tanto se puede decir que la beta el sistema responde a la ecuación $\beta = \beta_0 f(r_s)$. Según esta definición, la presión crítica a partir de donde los efectos estabilizadores de la cizalla local desaparecen será:

$$\beta_{0c} = \frac{4\iota^2}{R_0 f'(r_s)} \frac{s_q}{1 + 3s_q + \left(\frac{r_s f'(r_s)}{f''(r_s)} \right)}$$

B.4. Línea de retorno

Los puntos de retorno se definen sobre la malla (ψ, θ_B) para cada sección poloidal. En ellos los contorno de θ_B y ψ constante son ortogonales, es decir, $g_{\psi\theta_B} = 0$. Uniendo los puntos de retorno en cada sección poloidal se construye la línea de retorno. Los cambios en el campo magnético local debido a la corriente Pfirsch-Schlüter quedan reflejados en la distorsión que sufre el ángulo poloidal θ_B .

La línea de retorno indica la zona donde la distribución de la corriente de Pfirsch-Schlüter tiene su máximo en la parte externa del toro, coincidiendo con una zona de cizalla global nula, o análogamente, con un mínimo en la transformada rotacional. En la parte externa del toro el plasma queda dividido en dos regiones, dentro y fuera de la línea de retorno. Dentro de la línea de retorno la distancia

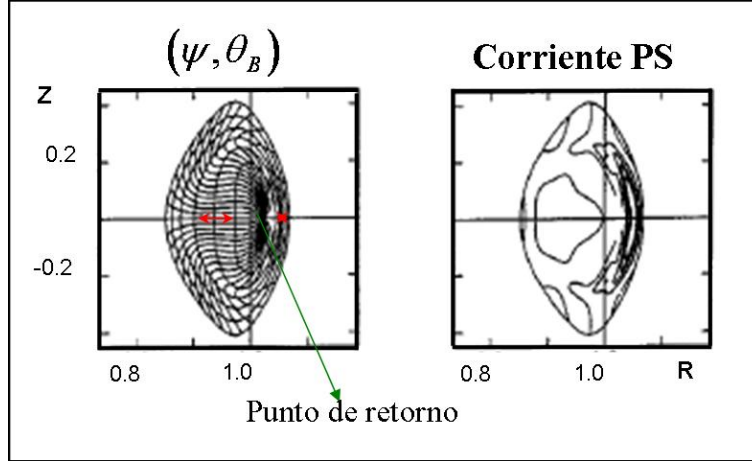


Figura B.3: Sección poloidal con un mallado (ψ, θ_B)

entre los contornos de θ_B constante adyacente se incrementa, donde la componente poloidal del campo magnético es localmente mayor. En esta zona la cizalla local oscilatoria es positiva mientras que la global es negativa. Fuera de la línea de retorno, como que ha de conservarse el balance de fuerzas en la dirección toroidal, la distancia entre los contornos de θ_B constante adyacente se reduce, siendo la componente poloidal del campo magnético localmente menor. En esta región la cizalla oscilatoria es negativa mientras la cizalla global es positiva. En resumen, tanto dentro como fuera de la línea de retorno, el valor de cizalla local puede anularse y reducir el efecto estabilizador del pandeo de la línea de campo, ya sea para regiones donde la cizalla global sea positiva como negativa.

La localización de la línea de retorno afectará al comportamiento de los parámetros locales del plasma, que a su vez determinan que región es susceptible de sufrir la excitación de inestabilidades.

Apéndice C

Códigos para el cálculo del equilibrio y la estabilidad

C.1. Código VMEC

Este código resuelve las ecuaciones del equilibrio MHD:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} p &= \vec{j} \wedge \vec{B} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

Dado que estas ecuaciones deben resolverse sobre la geometría del LHD, se requiere el uso de códigos numéricos como VMEC, que es un código espectral cuya labor consiste en hallar el extremo del funcional:

$$W(\vec{B}, p) = \int \left(\frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0} + \frac{p}{\Gamma_H - 1} \right) d^3x$$

Donde el primer sumando es la energía del campo magnético confinante y el segundo la energía del plasma confinando. VMEC halla el valor de las funciones $\vec{B}(\vec{r})$ y $p(\vec{r})$ que sean extremo a este funcional bajo las condiciones de contorno del dominio toroidal, aplicando la representación inversa para las coordenadas cilíndricas (R, Z, ζ) :

$$\begin{aligned}R &= \sum R_{mn}(s) \cos(m\theta - n\zeta) \\ Z &= \sum Z_{mn}(s) \sin(m\theta - n\zeta)\end{aligned}$$

(s, θ, ζ) son coordenadas curvilíneas donde s es el flujo toroidal normalizado a su

valor en el borde, ζ el ángulo toroidal geométrico y θ el ángulo poloidal generalizado. VMEC genera un mallado $R_{mn}(s)$ y $Z_{mn}(s)$ para cada superficie magnética por lo que requiere una condición en el origen, sobre el eje magnético y otra sobre la frontera. La condición sobre la frontera puede ser de dos tipos:

- Fija; la condición viene dada por la forma de la última superficie que se mantendrá invariable, adoptándose comúnmente la correspondiente a la configuración del vacío.
- Libre; la posición de la frontera no está fijada, viene determinada por la condición de continuidad de la presión total $B^2/(2\mu_0) + p$ y por la imposición de que la componente del campo magnético normal a la frontera en el vacío sea nula, es decir, $\vec{B} \cdot \vec{n} = 0$.

Como condiciones iniciales se adoptan valores para los coeficientes $R_{mn}(s)$, $Z_{mn}(s)$ y $\lambda_{mn}(s)$ que se ajusten a las condiciones de contorno, además de un valor inicial para el perfil de la transformada rotacional. El valor de λ viene dado por la representación de Clebsch del campo magnético:

$$\vec{B} = \vec{\nabla}s \wedge \vec{\nabla}\lambda$$

donde $\lambda(s, \theta, \zeta) = \psi'(s)\theta - \chi'(s)\zeta + \tilde{\lambda}(s, \theta, \zeta)$ siendo $\tilde{\lambda}(s, \theta, \zeta)$ es una función periódica.

VMEC requiere que se incluya también un perfil fijado para la presión y la corriente toroidal. Para el caso de la corriente toroidal, se asume que la corriente es nula. Respecto a la presión existen diversas posibilidades; para el caso del estudio de los modos ballooning, se trabajará con dos tipos de perfiles, uno picudo donde $p(s) = p_0(1-s)^2$ y otro ancho donde $p(s) = p_0(1-s^2)^2$, mientras que para el estudio de las perturbaciones tipo sawtooth, el perfil antes de la disrupción es ligeramente más picudo que después del evento, algo más plano cerca del eje magnético. En ambos casos se ha adoptado una configuración con frontera fijada, donde se toma la última superficie de flujo cerrada como frontera.

VMEC calcula iterativamente los valores $R_{mn}(s)$, $Z_{mn}(s)$ y λ hasta alcanzar la precisión requerida. Finalmente el código proporciona los valores $R_{mn}(s)$, $Z_{mn}(s)$ sobre una malla radial para (R, Z, λ) , el módulo del campo magnético y el jacobiano de la transformación, además de otras cantidades relevantes como la corriente poloidal, la transformada rotacional o el volumen de plasma contenido entre otras.

C.2. Código FAR-3D

El código FAR-3D es una extensión para sistemas tridimensionales del código FAR utilizado en el estudio de sistemas bidimensionales tipo Tokamak. Este código

permite estudiar la estabilidad frente a modos globales sobre un equilibrio dado, en este caso proporcionado por el código VMEC.

Las ecuaciones de la MHD se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}\rho_m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\vec{\nabla} p + \vec{J} \wedge \vec{B} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p &= -\Gamma p \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \\ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} &= -\vec{\nabla} \alpha + \vec{v} \wedge \vec{B} - \eta \vec{J} \\ \mu_0 \vec{J} &= \vec{\nabla} \wedge \vec{B} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

que son, respectivamente, la ecuación de conservación del momento, ecuación de la energía, ecuación de evolución del potencial vector, ecuación de Ampère y campo magnético solenoidal.

El código no resuelve las ecuaciones completas, sino que se aplican aproximaciones hasta obtener un nuevo grupo de ecuaciones llamadas ecuaciones reducidas, donde la evolución del sistema vendrá determinada por tres variables: el flujo poloidal ψ , la función de corriente proporcional al potencial electrostático Φ y la la presión p .

El primer paso consiste en aplicar el método perturbativo, es decir, se considera que las variables están compuestas por dos aportaciones, una del equilibrio y otra de la perturbación, de manera que $A_{eq} > \tilde{A}$:

$$A(\rho, \theta, \zeta, t) = A_{eq}(\rho, \theta, \zeta) + \tilde{A}(\rho, \theta, \zeta, t)$$

Se aplican las siguientes simplificaciones sobre las ecuaciones de la MHD (no se incluye la tilde sobre las variables perturbadas para simplificar la notación):

- Ecuación de Ohm para pequeña resistividad asumiendo una variación de los campo lenta, menor que el tiempo poloidal de Alfvén:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \Phi \cong -\vec{\nabla} \Phi \\ \vec{E} \wedge \vec{B} + (\vec{v} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{B} &\approx 0 \Rightarrow \vec{v}_\perp = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} \approx -\frac{\vec{\nabla} \Phi \wedge \vec{B}}{B^2}\end{aligned}$$

- Suponiendo una razón de aspecto alta y baja beta:

$$\begin{aligned}\vec{v}_\perp &\approx \frac{\vec{\nabla}\Phi \wedge B_\zeta \vec{e}^\zeta}{B^2} \\ \Rightarrow v_\perp^\rho &= \frac{1}{\sqrt{g}B^2} \frac{J}{R_0} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \\ \Rightarrow v_\perp^\theta &= -\frac{1}{\sqrt{g}B^2} \frac{J}{R_0} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho}\end{aligned}$$

- Despreciando las perturbaciones en la dirección toroidal del campo magnético, las componentes del campo magnético perturbado son:

$$\begin{aligned}\vec{B}_\perp &\approx \vec{\nabla}\zeta \wedge \vec{\nabla}\psi \\ \Rightarrow B_\perp^\rho &= -\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{1}{R_0} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ \Rightarrow B_\perp^\theta &= \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{1}{R_0} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho}\end{aligned}$$

- Ecuaciones de los campos de velocidad y magnético:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= R_0 \vec{\nabla}\zeta \wedge \vec{\nabla}\Phi \\ \vec{B} &= R_0 \vec{\nabla}\zeta \wedge \vec{\nabla}\psi\end{aligned}$$

- No se consideran efectos de compresibilidad:

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \wedge \vec{\Omega} \Rightarrow \vec{\nabla} \vec{v} = 0$$

Dado que no existe perturbación en dirección toroidal, se define el potencial vector paralelo $\vec{A}_\parallel = -(\psi/R_0)\vec{e}^\zeta$ y se deduce de la ecuación de evolución del potencial vector que:

$$\vec{E}_\parallel = -\vec{b} \cdot \frac{\partial \vec{A}_\parallel}{\partial t} - \vec{b} \cdot \vec{\nabla}\Phi = \eta \vec{J}_\parallel$$

con $\vec{b} = \vec{B}/|\vec{B}|$ el vector unitario del campo magnético. Desarrollando los términos anteriores se obtiene:

$$\vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{A}_\parallel}{\partial t} = -\frac{2\psi'}{\sqrt{g}} \frac{1}{a^2 R_0} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \Phi = \frac{2\psi'}{\sqrt{g}} \frac{1}{a^2 R_0} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + \iota \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{1}{R_0} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)$$

Respecto a las componentes de la densidad de carga se calculan como:

$$\mu_0 \vec{J}^i = (\vec{\nabla} \wedge \vec{B})^i$$

donde $i = \rho, \theta, \zeta$. Se puede establecer la relación de orden de magnitud entre las componentes de manera que:

$$J^\rho \approx J^\theta \approx \epsilon J^\zeta$$

por tanto a orden más bajo:

$$\vec{B} \cdot \vec{J} = -\frac{J}{R_0} J^\zeta$$

Si a la ecuación del balance de momento se le aplica el operador $\vec{\nabla} \wedge \sqrt{g}$ y a la ecuación del balance de energía se le aplican las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} &= \frac{a^2}{2\psi'} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \rho} \right] \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{v} &= \frac{a^2}{2\psi'} \frac{1}{\sqrt{g}} \left(-\frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) \end{aligned}$$

y se normalizan las ecuaciones de manera que el tiempo se normaliza al tiempo resistivo $\bar{t} = t/\tau_r$, las longitudes al radio menor $\bar{\rho} = \rho/a$, el flujo poloidal a $\bar{\psi} = \psi/2\psi'$ donde $|\psi'| = a^2 B_0/2$, función de corriente $\bar{\Phi} = (\Phi/2\psi')\tau_r$, la densidad de corriente $\bar{J} = (J/2\psi')R_0$, la intensidad de corriente $\bar{I} = -(I/2\psi')R_0$, junto con la presión, la resistividad y la densidad de partículas normalizadas a su valor sobre el eje magnético, sabiendo que $p_0 = (\beta_0 B_0^2)/(2\mu_0)$. Finalmente se obtienen las siguientes ecuaciones (se recupera la notación que identifica a las variables perturbadas con tilde):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial t} &= \nabla_{\parallel} \Phi + \eta \tilde{J}_\zeta \\ \frac{\partial U}{\partial t} &= -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} U + S^2 \left[\frac{\beta_0}{2\epsilon^2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \theta} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \rho} - \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right) + \nabla_{\parallel} J^\zeta \right] \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} p \end{aligned}$$

El operador $\nabla_{||}$ representa la derivada en la dirección paralela al campo magnético y se escribe como:

$$\nabla_{||} = \frac{\partial}{\partial \zeta} + \iota \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

La vorticidad y la componente toroidal de la densidad de corriente se definen como:

$$U = \sqrt{g} \left[\vec{\nabla} \wedge \sqrt{g} \vec{v} \right]^\zeta$$

$$J^\zeta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(-\frac{g_{\rho\theta}}{\sqrt{g}} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \theta} + \rho \frac{g_{\theta\theta}}{\sqrt{g}} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \rho} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{g_{\rho\rho}}{\sqrt{g}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \theta} + \frac{g_{\rho\theta}}{\sqrt{g}} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \rho} \right)$$

donde se ha simplificado la notación escribiendo J^ζ en vez de $\sqrt{g}J^\zeta$.

Una vez definidas las ecuaciones que son implementadas en el código, tanto los elementos perturbativos como del equilibrio de cada variables se desarrollan en series de Fourier:

$$\tilde{A}(\rho, \theta, \zeta, t) = \sum_{m,n} \tilde{A}_{m,n}(\rho) \cos(m\theta + n\zeta)$$

$$\tilde{A}(\rho, \theta, \zeta, t) = \sum_{m,n} \tilde{A}_{m,n}(\rho) \sin(m\theta + n\zeta)$$

En el código se resuelven ecuaciones diferenciales ordinarias que se escriben de manera genérica como:

$$\frac{\partial}{\partial t} LY = RY$$

donde R y L son matrices tridiagonales. La resolución de la parte lineal de la ecuación para tiempos discretos exige una inversión de matriz:

$$\left(L - \frac{\Delta t}{2} R \right) Y^{t+\Delta t} = \left(L + \frac{\Delta t}{2} R \right) Y^t$$

Los elementos no lineales se añadirán explícitamente, calculados a partir del valor de los campos tras cada paso temporal.

Los campos se escriben, para un tiempo determinado, mediante un vector cuyos componentes son los valores de cada armónico, o modos, del campo en cada punto del mallado, $Y^t = xt(l, j)$, donde l indexa el número de modo y j el punto radial de malla.

Respecto al origen y por condición de regularidad, los potenciales tendrán una dependencia radial $\rho^{|m|}$. Como condición de frontera:

$$\psi|_{\rho=a} = \Phi|_{\rho=a} = 0$$

C.3. Código Hn-bal

Este código se aplica para la resolución de la ecuación que describe la estabilidad del sistema bajo la excitación de modos ballooning en su aproximación incompresible, con el fin de obtener las tasas de crecimiento de este tipo de inestabilidades.

Utiliza como entrada un equilibrio calculado mediante VMEC traducido a las coordenadas de Boozer mediante el código NEWBOZ.

El código está fundamentado en las definiciones dadas en el segundo capítulo del presente trabajo para la resolución de un problema de estabilidad para equilibrios con Shafranov shift intenso en representación ballooning, es decir, calcula la estabilidad de los modos ballooning a lo largo de una línea magnética.

En la resolución de la ecuación ballooning ideal se usa un método de disparo para la búsqueda de los extremos del funcional. Como método iterativo se utiliza un Runge-Kutta de sexto orden.

Este código, además del cálculo de las tasas de crecimiento de los modos ballooning, ofrece los valores de la cizalla local y de su integral de línea, la estructura local de la superficies de flujo, el vector de onda perpendicular, la curvatura normal, geodésica y normal contravariante, elementos métricos, entre otros.

Bibliografía

- [1] HEGERL, GABRIELE C.; ET AL. *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* 2007.
- [2] ROYAL SOCIETY, *Joint science academies'statement: Global response to climate change*, 2005.
- [3] ARCHER, DAVID. *J. Geophys. Res.* **110**, 2005.
- [4] SOLOMON, S., PLATTNER, G.K., KNUTTI, R., FRIEDLINGSTEIN, P. *PNAS* **106** 6, 1704, 2009.
- [5] M. KING HUBBERT, *Science* **109**, 103, 1949.
- [6] ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION, U.S. DEPARTMENT OF ENERGY, *World Consumption of Primary Energy by Energy Type and Selected Country Groups, 1980-2004*, 2006.
- [7] U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION, *Short-Term Energy Outlook*, 2009.
- [8] IEA, *World Outlook 2004*, 2004. ISBN 92-64-1081-73
- [9] OPEC SECRETARIAT, *World Oil Outlook 2008*, 2008.
- [10] REN21 SECRETARIAT, *Renewables Global Status Report: 2009 Update REN21*, 2009.
- [11] INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, *Key World Energy Statistics 2007*, 2007.
- [12] MYCLE SCHNEIDER, STEVE THOMAS, ANTONY FROGGATT, DOUG KOPLOW, *The World Nuclear Industry Status Report 2009*, 2009.
- [13] MAKHIJANI, ARJUN AND SALESKA, SCOTT , *The Nuclear Power Deception*, 1996.

- [14] NUCLEAR REGULATORY COMMISSION , *Backgrounder on Chernobyl Nuclear Power Plant Accident*, 2009.
- [15] K. R. RAO, *Current science* **81 12**, 25 2001.
- [16] N.P. TAYLOR. P.J. KNIGHT. D.J. WARD., *ISFNT-5*, 1999.
- [17] N. P. TAYLOR, EDWARD T. CHENG, DAVID A. PETTI, MASSIMO ZUCCHETTI., *Overview of international waste management activities in fusion*, 2000.
- [18] N. P. TAYLOR, *Fusion science and technology journal* **47** 499, 2005.
- [19] HAN W. E., *Fusion science and technology journal* **44** 329, 2003.
- [20] I. COOK, R.L. MILLER, D.J. WARD., *Fusion Eng. Des.* **63-64** 25, 2002.
- [21] E. BOGUSH, H. BOLT, A. CHEVALIER, C. FORTY, F. GINESOTTO, *Fusion Eng. Des.* **63-64** 679, 2002.
- [22] I. COOK, D. MAISONNIER, N.P. TAYLOR, D.J. WARD, P. SARDAIN, L. DI PACE, L. GIANCARLI, S. HERMSMEYER, P. NORAJITRA, R. FORREST., *Fusion Eng. Des.* **4** 384, 2005.
- [23] EINSTEIN, A., *Annalen der Physik* **322 10** 891, 1905.
- [24] COULOMB, C.A. *Mem. de l acad. Sci.* PAGES. 569 Y 579, 1785.
- [25] CLAUSIUS, R., *Annalen der Physik* **100** 353, 1857.
- [26] EINSTEIN, A., *Annalen der Physik* **17** 549, 1905.
- [27] SHEFFIELD, J, *Rev.Mod.Phys.* **66** 1015, 1994.
- [28] LAWSON, J.D., *Proc.Phys.Soc.London* **70 6**, 1957.
- [29] RICHARD DENTY, *Plasma Physics: an introductory course* CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS 1993.
- [30] CARTER, ASHLEY H., *Classical and Statistical Thermodynamics* PRENTICE-HALL, INC., NEW JERSEY, 2001.
- [31] P.C. CLEMMOW AND J.P. DOUGHERTY, *Electrodynamics of particles and plasmas*, REDWOOD CITY CA: ADDISON-WESLEY, 1969.
- [32] JOHN DAVID JACKSON, *Classical electrodynamics*, THIRD ED., NEW YORK: WILEY. APPENDIX ON UNITS AND DIMENSIONS; PP. 775. 1999.

-
- [33] PLANCK, MAX, *Ann. Phys.* **309** **3**, 553, 1901.
- [34] KITTEL CHARLES, KROEMER HERBERT, *Thermal Physics* 2ND ED. W. H. FREEMAN COMPANY, 1980.
- [35] MAXWELL JAMES CLERK, *Nature* **417**, 903, 1873.
- [36] LAMB HORACE, *Hydrodynamics*, 6TH ED. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1994.
- [37] JEAN-LOUIS BASDEVANT, MICHEL SPIRO, JAMES RICH, *Fundamentals in nuclear Physics from nuclear structure to cosmology*, CHAPTER 8, SPRINGER NEW YORK.
- [38] NUCKOLLS ET AL., *Nature* **239**, 129, 1972.
- [39] BRAAMS, C.M., STOTT, P.E., *Half a Century of Magnetic Confinement Research*, NUCLEAR FUSION: INSTITUTE OF PHYSICS PUBLISHING, 2002.
- [40] HAZELTINE, R.D. AND MEISS, J.D., *Plasma confinement*, ADDISON-WESLEY, 1992.
- [41] GRAD H., *Phys. Fluid* **10**, 137, 1967.
- [42] ARNOLD V.I., *Encyclopedia of Mathematical Sciences Vol. III*, SPRINGER-VERLAG, 1988.
- [43] WESSON JOHN, ET AL ,*Tokamaks*, OXFORD UNIVERSITY PRESS, 2004.
- [44] MASAHIRO WAKATANI ,*Stellarator and heliotron devices*, NEW YORK UNIVERSITY PRESS, 1998.
- [45] I. H. HUTCHCHINSON,*Principles of plasma diagnostics*,CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS 1987.
- [46] A. IIYOSHI, M. FUJIWARA, O. MOTOJIMA, N. OYABU AND K. YAMAZAKI *Fusion Technol.* **17**, 148, 1990.
- [47] IAEA, *Nucl. Fusion* **39**, 12, 1999.
- [48] B.A. CARRERAS, V.E. LYNCH, ET AL *PoP* **5**, 10, 3700, 1998.
- [49] J.H. HARRIS, ET AL *Phys. Rev. Lett.* **53**, 23, 2242, 1984.
- [50] S. TAKAGI, ET AL *PoP* **11**, 4, 1537, 2004.
- [51] K.Y. WATANABE ET AL, *Proc. of 18th Int. Toki conf.*, 2008.

-
- [52] A. IYOSHI, *Nucl. Fusion* **39**, 1245, 1999.
- [53] Y. SUZUKI ET AL, *22nd IAEA conf. on Fusion energy*, 2008.
- [54] H. FUNABA, *Plasma and fusion Res.* **3**, 22, 2008.
- [55] T. MUTOH ET AL, *Nucl. Fusion* **47**, 1250, 2007.
- [56] S. SUDO, ET AL, *Plas. Phys. Control Fus.* **45**, A425, 2003.
- [57] MOTOJIMA O., ET AL, *NIFS journal* **764**, 1, 2002.
- [58] H. YAMADA, ET AL, *Plas. Phys. Control Fus.* **43**, A53, 2001.
- [59] M. FUJIWARA, ET AL, *Nucl. Fusion* **39**, 11, 1659, 1999.
- [60] K. TOI, ET AL, *Nucl. Fusion* **3**, 217, 2004.
- [61] DIEUDONNE, JEAN ALEXANDRE, *Fundamentos de análisis moderno* ED: REVERTÉ, 1966.
- [62] LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M *Mechanics Course of Theoretical Physics* , Vol. 1 ED: FRANKLIN BOOK COMPANY 1972.
- [63] A A VLASOV *Sov. Phys. Usp.* **10**, 721, 1968.
- [64] LORENTZ, HENDRIK ANTOON *Lectures on Theoretical Physics* ED: MACMILLAN AND CO 1927.
- [65] MAXWELL, JAMES CLERK *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **155**,459, 1865.
- [66] KULIKOVSKIY, A.G. AND LYUBIMOV, G.A *Magnetohydrodynamics* ED: ADDISON AND WESLEY, MASSACHUSETTS, 1965.
- [67] BIRD, R.B., STEWART, W.E. AND LIGHTFOOT, E.N. *Transport Phenomena* ED: JOHN WILEY AND SONS, 2007.
- [68] R. O. DENDY *Plasma Dynamics* ED: OXFORD UNIVERSITY PRESS, 1990.
- [69] HERBERT CHARLES CORBEN AND PHILIP STEHLE *Classical Mechanics* ED: COURIER DOVER PUBLICATIONS, P. 113 1994.
- [70] SCOTT, ALWYN *Encyclopedia of Nonlinear Science* ED: ROUTLEDGE, 2004.
- [71] WESSON, J.A., ET AL, *Nucl. Fusion* **29**, 641, 1989.

-
- [72] A.B. MIKHAILOVSKII *Instabilities in a confined plasmas* ED: INSTITUTE OF PHYSICS PUBLISHING BRISTOL AND PHILADELPHIA, 1998.
- [73] BOOZER, A.H. *Phys. Fluids* **23**, 904, 1980.
- [74] R.L. DEWAR AND A.H. GLASSER, *Phys. Fluids* **26**, 3038, 1983.
- [75] KRASNOV, MIJAÏL LEÓNTIEVICH, EL AL *Cálculo variacional* ED: URSS, 2005.
- [76] GREEN, J.M. AND JOHNSON, J.L., *Plasma Physics* **10**, 729, 1968.
- [77] N. NAKAJIMA, *Phys. Plasmas* **3**, 12, 4556, 1996.
- [78] N. NAKAJIMA, *Phys. Plasmas* **3**, 12, 4545, 1996.
- [79] V.D. SHAFRANOV, *Review of Plasma Physics* **2**, 103, 1966.
- [80] S.OHDACHI, ET AL <http://www-pns.iaea.org/MTCD/Meetings/fec2008pp.asp> 22ND IAEA FUSION ENERGY CONFERENCE paper EX/8-1Rb, 2008.
- [81] N.NAKAJIMA, S.R.HUDSON, C.C. HEGNA *Fusion Science and Technology* **51**, 79-91, 2007.
- [82] J.CHEN, N.NAKAJIMA AND M.OKAMOTO *Phys. Plasma* **6**, 5, 1999.
- [83] SCHWAB C. *Phys. Fluids* **B 5**, 3195, 1993.
- [84] NÜHRENBERG C. *Phys. Plasmas* **6**, 137, 1999.
- [85] S. P. HIRSHMAN AND J. C. WHITSON *Phys. Fluids* **26**, 3553, 1983.
- [86] C. MERCIER *Commission of the European Communities* 1974.
- [87] N. NAKAJIMA *Nucl. Fusion* **46**, 177, 2006.
- [88] V.D. SHAFRANOV *Sov. Phys. J.E.T.P* **6**, 54, 1957.
- [89] N. OHYABU ET AL *Phys. Rev. Lett.* **97**, 055002, 2006.
- [90] J. MIYAZAWA ET AL *Plasma Fusion Res.* **3**, S1047, 2008.
- [91] W.A. COOPER *Plas. Phys. Control Fus.* **34**, 1011, 1992.
- [92] R.SAKAMOTO ET AL *Plasma Fusion Res.* **2**, 4747, 2007.
- [93] T. MORISAKI ET AL *Phys. Plasmas* **14**, 056113, 2007.
- [94] K.Y. WATANABE ET AL *Nucl. Fusion* **45**, 1247, 2005.

-
- [95] Y. NARUSHIMA ET AL *Plasma Fusion Res.* **8**, 1070, 2009.
 - [96] S.OHDACHI, ET AL *C.P.P.*, **50**, 552, 2010.
 - [97] N.NAKAJIMA *Plasma Fusion Res.* **1**, 75, 1998.
 - [98] J. L.DUNLAP ET AL *Phys. Rev. Lett.* **48**, 538, 1983.
 - [99] VON GOELER, S., STODIEK, W. AND SAUTHOFF, N. *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1201, 1974.
 - [100] M. WAKATANI ET AT *Nucl. Fusion* **23**, 1669, 1983.
 - [101] K.Y. WATANABE ET AL *Nucl. Fusion* **45**, 1247, 2005.
 - [102] K. ICHIGUCHI ET AL. *Nucl. Fusion* **41**, 181, 2001
 - [103] OHDACHI, S. ET AL. PROC. OF THE 13TH STELLARATOR WORKSHOP, PIIA.9, 2002.
 - [104] NAGAYAMA, Y. ET AL. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 2003.
 - [105] OHDACHI, S. ET AL. 21 IAEA FUSION ENERGY CONFERENCE , EX/P8-15, 2006.
 - [106] O. MOTOJIMA ET AL. *Nucl. Fusion* **45**, S255, 2005.
 - [107] M. YU ISAEV ET AL. *Nucl. Fusion* **49**, 2009.
 - [108] L. BROCHER ET AL. *Nucl. Fusion* **50**, 2010.
 - [109] E. A. VESHCHEV ET AL. *J. Plasma Fusion Res.* **5**, S1024, 2010.
 - [110] H. YAMADA ET AL. *Plas. Phys. Control Fus.* **49**, B487, 2007.
 - [111] R. SAKAMOTO ET AL. *Nucl. Fusion* **49**, 085002, 2009.
 - [112] A. KOMORI ET AL. *Nucl. Fusion* **49**, 104015, 2009.
 - [113] O. MOTOJIMA ET AL. *Nucl. Fusion* **47**, S668, 2007.
 - [114] N. OHYABU ET AL. *Plas. Phys. Control Fus.* **48**, B383, 2006.
 - [115] T. TATSUNO ET AL. *Nucl. Fusion* **39**, 1391, 1999.
 - [116] K. ICHIGUCHI *J. Plasma Fusion Res.* **5**, 491, 2002.
 - [117] R. SANCHEZ ET AL. *Nucl. Fusion* **37**, 1363, 1997.

-
- [118] R. SANCHEZ ET AL. *Nucl. Fusion* **38**, 1511, 1998.
- [119] O.YAMAGISHI ET AL. *Phys. Plasmas* **10**, 2871, 2003.
- [120] K. ICHIGUCHI ET AL. *Nucl. Fusion* **42**, 557, 2002.
- [121] L. A. CHARLTON ET AL. *J. Comp. Phys.* **86**, 270, 1990.
- [122] R. KUMAZAWA ET AL. *Nucl. Fusion* **46**, S13, 2006.
- [123] D.A. SPONG ET AL. *Nucl. Fusion* **47**, 626, 2007.
- [124] K. IDA ET AL. *Rev. Sci. Instrum* **71**, 2360, 2000.
- [125] YOSHIMURA, M ET AL. PROCEEDINGS OF ITC/ISHW2007.
- [126] V.E. LYNCH ET AL. *Comp. Phys. Com.* **24**, 465, 1981.
- [127] ARTSIMOVICH, I.A. *Nucl. Fusion* **12**, 215, 1972.
- [128] THE JET PROJECT. DESIGN PROPOSAL *EUR JET R5*, 1976.
- [129] ITER ORGANIZATION ET AL. *Nucl. Fusion* **47**, S1–S413, 2007.
- [130] SPITZER, L. JR., *Phys. Fluids* **1**, 253, 1958.
- [131] T. MUTOH ET AL. *Nucl. Fusion* **47**, 1250, 2007.
- [132] W.A. NEWCOMB *Phys. Plasmas* **2**, 86, 1990.
- [133] H. CORONADO ET AL *Phys. Fluids B* **4**, 1294, 1992.
- [134] J. VARELA ET AL *Plasma Fusion Res.* **Ballooning modes instabilities in outward LHD configurations** (ACEPTADO PARA PUBLICACIÓN).
- [135] L. GARCIA ET AL. PROCEEDINGS OF ITC/ISHW2007.
- [136] SHAFRANOV V.D. *Sov. Phys. Tech. Phys.* **15**, 175, 1970.
- [137] M. WAKATANI ET AL *Fusion Eng. Des.* **26**, 217, 1995.
- [138] B.V. CHIRIKOV *Phys. Rev. Lett.* **5**, 263, 1979.

